

APLIKASI METODE MARKOV CHAIN UNTUK MENINGKATKAN TINGKAT PERSEDIAAN BAHAN BAKU YANG OPTIMAL

Umar Wiwi¹, Wahyu Eni Maryati²

ABSTRACT

Organize company stocks, it's very important thing that company must be done, because operation cost is depend on how company organize their stock. And lock of stock it's can anoycny an such as production at activities company. PT. Domusindo Perdana is a company that makes product such as furniture to full fill consument needed. That company must be ready stock one's of their product because they can't guess wahat consument . Want's it's can makes a level of stock hot optimal depend on this phenomena, on this thesis will explain a production that using the right methode that finally can calculate stock at company that will be asking with consument and for calculiate cost of stock, it's will be using Markov Chain methode.

Key Words : *Markov Chain, Safety, Optimal*

PENDAHULUAN

Persediaan adalah merupakan masalah yang sangat penting bagi perusahaan, karena pengendalian persediaan mempunyai peran yang cukup besar dan mempunyai pengaruh terhadap biaya operasi. Persediaan yang berlebih maupun yang berkurang dapat menimbulkan permasalahan rumit bagi perusahaan.

Dalam pengendalian persediaan yang optimal, perusahaan harus menyediakan sejumlah bahan baku tertentu pada saat tertentu pula . Pengadaan semacam ini dikarenakan jumlah kedatangan permintaan tidak dapat diketahui secara pasti sehingga akan menyebabkan tingkat persediaan yang kurang optimum dan menimbulkan biaya-biaya yang semestinya dapat ditekan. Sebagai usaha untuk mengatasi berfluktuatifnya permintaan harga bahan baku, maka diperlukan metode yang dapat

menghubungkan antara permintaan sekarang dengan permintaan sebelumnya. Metode tersebut dikenal dengan rantai Markov (*Markov Chain*).

TINJAUAN PUSTAKA

Definisi dan Fungsi Persediaan

Persediaan adalah sumber daya menganggur yang menunggu proses lebih lanjut. Fungsi utama pengendalian persediaan adalah menyimpan untuk melayani kebutuhan perusahaan akan bahan mentah / barang jadi dari waktu ke waktu.

Jenis-jenis Persediaan

Dilihat dari fungsinya, persediaan dapat dibedakan atas :

1. *Lot Size Inventory*

Adalah persediaan yang yang diadakan karena kita menjumlah yang dibutuhkan pada saat itu.

¹⁾ & ²⁾ Dosen Jurusan Teknik Industri Fakultas Teknik Universitas Muhammadiyah Malang

2. Fluktuasi Stock

Adalah persediaan yang diadakan untuk menghadapi fluctuation permintaan yang tidak dapat diramalkan.

3. Anticipation Stock

Adalah persediaan yang diadakan untuk menghadapi fluktuasi permintaan yang dapat diramalkan, berdasarkan pola musiman.

Biaya-biaya Dalam Sistem Persediaan

Secara umum dapat dikatakan bahwa biaya sistem persediaan adalah semua pengeluaran dan kerugian yang timbul sebagai akibat adanya persediaan. Diantara biaya tersebut, ada tiga kelompok utama, yaitu :

1. Ordering Cost

Merupakan biaya pemesanan dan pengadaan bahan baku sehingga siap untuk diproses lebih lanjut.

2. Holding Cost

Terdiri dari semua ongkos yang berhubungan dengan biaya penyimpanan barang dalam persediaan.

3. Stock Out Cost

Biaya ini timbul karena tidak terpenuhinya kebutuhan pelanggan.

4. Capacity Associated Cost

Biaya-biaya yang terdiri dari biaya kerja lembur, biaya latihan, biaya pemberhentian kerja dan biaya-biaya pengangguran.

MARKOV CHAIN

Definisi Rantai Markov

Markov Chain adalah proses stokhastik dimana kejadian saat ini tergantung pada kejadian sebelumnya dan hanya tergantung pada saat itu saja. Jadi jika $t_0 < t_1$

$< \dots, t_n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) mewakili saat tertentu, kelompok variable acak adalah sebuah proses markovjika memiliki sikap markov.

Rantai Markov

Anggaplah E_1, E_2, \dots, E_j ($j = 0, 1, 2, \dots$) mewakili keadaan yang lengkap dan mutually exclusive dari sebuah sistem pada saat itu. Pada awalnya pada saat t_0 , sistem tersebut dapat berada di salah satu dari keadaan ini. Anggaplah $a_j^{(0)}$ ($j = 0, 1, 2, \dots$) adalah probabilitas absolut bahwa sistem tersebut berada dalam keadaan E_j pada saat t_0 . Asumsikan lebih lanjut bahwa sistem ini bersifat markov.

Definisikan :

$$P_{ij} = P \{ \xi_{tn} = j \mid \xi_{t_{n-1}} = i \}$$

Sebagai probabilitas satu langkah untuk bergerak dari keadaan i pada saat t_{n-1} ke keadaan j pada saat t_n dan asumsikan keadaan probabilitas ini bersifat tetap sepanjang waktu. Jadi probabilitas transisi dari keadaan E_i ke keadaan E_j dapat diatur secara lebih memudahkan dalam bentuk matrik sebagai berikut:

$$P = \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & P_{02} & P_{03} & \dots \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} & P_{13} & \dots \\ P_{20} & P_{21} & P_{22} & P_{23} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

Matrik P disebut matrik transisi homogen atau matrik stokhastik, karena semua probabilitas transisi P_{ij} adalah tetap dan independen dari waktu. Sebuah matrik transisi P bersamaan dengan probabilitas dengan probabilitas awal $\{a_j^{(0)}\}$ yang berkaitan dengan

keadaan E_j secara lengkap mendefinisikan sebuah rantai markov.

Proses Keputusan Markov Chain

Jika tingkat persediaan diperiksa tiap minggu, kemudian menentukan persediaan maksimum, tentukan pada alternatif pada tingkat pemesanan x . Nilai x merupakan strategi yang memuaskan tiap nilai dari state variable dan tentukan pula *Policy* (strategi) yang mungkin secara sembarang. Jika tiap minggu permintaan random d terjadi dengan probabilitas $P(d)$ didalam ketetapan Markov Chain, maka akan mengalami transisi dari state I ke state $j=I+x-d$ dengan probabilitas $P_{ij}(x) = P(d)$.

Deskripsi Markov Chain

Suatu hasil dari tiap-tiap percobaan adalah satu dari jumlah yang terbatas dari hasil yang mungkin. a_1, a_2, \dots, a_r ini berarti bahwa probabilitas hasil a_j di beberapa percobaan yang dihasilkan tergantung dari hasil percobaan yang terdahulu. Kami mengasumsikan bahwa itu semua merupakan salah satu jumlah P_{ij} yang menunjukkan suatu probabilitas a_j dari suatu percobaan. Suatu hasil dari a_1, a_2, a_r disebut state dan jumlah P_{ij} disebut probabilitas transisi.

Optimasi Kebijakan (s,S) Dalam Model Persediaan Dengan Permintaan Secara Markov

Salah satu pengembangan yang paling penting dalam teori persediaan telah ditunjukkan bahwa kebijakan (s,S) adalah

optimal bagi model-model persediaan yang dinamis dengan permintaan secara periodik dengan random dan biaya-biaya pesan tetap. Dibawah kebijakan (s,S), jika persediaan pada permulaan periode lebih kecil dari pada periode point s , kemudian jumlah yang cukup harus dipesan untuk memenuhi tingkat persediaan S , pesanan sampai tingkat yang sesuai, diatas penambahan isi. Dewasa ini bekerja dengan masalah persediaan nyata, kita harus menyelidiki bahwa beberapa asumsi-asumsi dibutuhkan untuk model-model persediaan yang menunjukkan kebijakan (s,S) adalah terlalu dibatasi. Dalam tujuan kami, asumsi-asumsi tersebut telah lebih direalitkan dan tetap diupayakan untuk mengoptimalkan kebijakan (s,S).

Rantai Markov Dengan Pendiskontoan

Beberapa proses keputusan dapat dijadikan model sebagai rantai markov begitu telah dicapai suatu kebijakan. Dalam hal ini, probabilitas-probabilitas transisi pada umumnya tergantung pada keadaan-keadaannya dan juga kebijakannya.

D_i = Suatu keputusan layak apabila prosesnya dalam tahap i ($i = 1, 2, 3, \dots, N$)

$C(i, d_i)$ = Biaya (yang diharapkan) atau keuntungan yang diperoleh dengan melaksanakan keputusan didalam tahap i dari proses.

$P_{ij}(d_i)$ = Probabilitas transisi untuk berpindah dari keadaan i ke keadaan j jika keputusan dilaksanakan dalam tahap i .

Biaya (i,di) dikeluarkan setiap saat prosesnya berada dalam tahap i dan dilaksanakannya kebijakan di. Untuk i dan di yang tertentu, biaya ini dapat atau mungkin juga tidak berupa suatu variabel acak, maka harus dipahami bahwa $c(i,di)$ menunjukkan nilai yang diharapkan dari variable acak ini. Persamaan fungsional bagi suatu rantai markov N – tahap dengan factor diskonto α adalah:

$$m(i) = \text{optimum}(di)$$

$$\left\{ c(i, di) + \alpha \sum_{j=i}^N P_{ij}(di) m(j) \right\}$$

Optimasinya adalah terhadap semua keputusan di yang mungkin prosesnya berada dalam keadaan i. Persamaan diatas dapat dipecahkan untuk $m(i)$ dengan algoritma yang sama bagi proses-proses deterministic dengan pendiskontoan, dengan satu modifikasi. Nilai-nilai sekarang yang diharapkan PV (i) tidak dapat dihitung terpisah untuk tiap-tiap tahap i tetapi diperoleh dengan memecahkan secara serempak sistem persamaan.

$$PV(i) = C(I, di) + \alpha \sum_{j=i}^N P_{ij}(di) PV(j)$$

$$i=1,2,3,\dots,N$$

Disini di adalah keputusan yang berkaitan dengan keadaan I dibawah kebijakan yang berlaku. Bentuk persamaan tersebut merupakan basis bagi bentuk dari persamaan sebelumnya.

Langkah-langkah Pemecahan dan Penentuan Ruang Policy dengan Pemotongan (Discounting)

Metode *policy iteration* disini dapat diperluas dengan memasukkan factor

potongan. Jika factor potongan itu adalah α (<1), maka persamaan untuk state yang terbatas dinyatakan sebagai berikut :

$$f_{\eta}(i) = \text{mak} \left\{ v_i^k + \alpha \sum_{j=i}^m P_{ij}^k f_{\eta-1}(j) \right\}$$

Tujuan pemecahan masalah dalam penentuan perubahan policy dengan pemotongan adalah menentukan nilai optimal x dan nilai minimum f_i diputuskan untuk semua i.

Langkah pertama: Policy Awal

- Menentukan Policy awal yang ditandai dengan $k = 0$ dengan memilih putusan $x = x_i^{(0)}$ untuk tiap-tiap state i.

Langkah kedua : Evaluasi Policy Rutin

- Menentukan nilai $f_i^{(k)}$ yang mana penyelesaiannya dengan sistem persamaan linier.

$$f_i^{(k)} = C_i(x_i^{(k)}) + \alpha \sum_j P_{ij}(x_i^{(k)}) f_j^{(k)}$$

Langkah ketiga :Perbaikan Policy Rutin

- Menentukan Policy baru $k = 1$ dengan menemukan putusan $X_1^{(k+1)}$ untuk setiap i.

$$\text{Minimum} \left[C_i(x) + \alpha \sum_j P_{ij}(x) f_j^{(k)} \right]$$

Langkah keempat: Aturan Berhenti

- Jika $x_i^{(k+1)}$, semua i, policy optimal telah ditentukan dan adalah expected biaya discount minimum dari permulaan pada state i. Jika policy baru $k+1$ berbeda dengan yang terdahulu paling sedikit satu

state, tambahkan hitungan k dengan satu dan kembalilah ke langkah dua.

METODOLOGI PENELITIAN

Data yang Diperlukan

Data yang diperlukan meliputi : data permintaan produk, harga bahan baku, sistem produksi, jumlah hasil produksi, serta biaya yang terlibat selama proses produksi berlangsung.

Tahapan Pengolahan Data

Proses pengolahan data meliputi :

- Perencanaan pengendalian persediaan dengan metode Markov chain dan metode iteration discount.
- Keputusan persediaan optimum

$$\text{Optimum } X^{(k+1)} = X^{(1)}$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data permintaan produk

Tabel 1
Data Permintaan Produk

Bulan	2000-2001	2001-2002
Maret	120	85
April	120	137
Mei	118	142
Juni	118	70
Juli	120	78
Agustus	120	75
September	120	76
Oktober	120	80

Nopember	118	90
Desember	118	155
Januari	120	150
Februari	110	106

Data harga bahan baku

Tabel 2
Harga bahan Baku

Solid Wood	Price / Set
Ramin	2.500.000
B / P	4.675
F / J	1.250.000
Keduh	750.000
Jumlah	4.504.675

Berdasarkan tabel diatas, maka dapat dihitung harga bahan baku untuk tiap-tiap produk, dengan acuan yaitu : Misal pada bahan baku Ramin = $1 \times 38.0 \times 65.0 \times 1160 / 1M = Am^3$. Dengan cara tersebut maka dapat diperoleh masing-masing harga bahan baku yaitu:

Pada bahan baku Ramin = $0.035 m^3$
Jadi kebutuhannya = $0.035 \times \text{harga BB}$.

Karena disini ada empat bahan baku yang dijadikan penelitian, maka kami selaku penulis memberikan contoh atau gambaran pada bahan baku Ramin saja.

Dari data permintaan produk, maka dapat dihitung data permintaan bahan bakunya.

Tabel3
Data Permintaan BB Ramin

Bulan	2000-2001	2001-2002
Maret	4.2	2.97
April	4.2	4.97

Mei	4.13	4.97
Juni	4.13	2.45
Juli	4.2	2.73
Agustus	4.2	2.63
September	4.2	2.66
Oktober	4.2	2.8
Nopember	4.13	3.15
Desember	4.13	5.43
Januari	4.2	5.25
Februari	3.85	3.71

Tabel 5
Asumsi Tingkat Persediaan Awal

State i	Pemilihan untuk X					
0	2.98	3.47	3.96	4.45	4.94	5.43
0.49	2.98	3.47	3.96	4.45	4.94	
0.98	2.98	3.47	3.96	4.45		
1.47	2.98	3.47	3.96			
1.96	2.98	3.47				
2.45	2.98					

Biaya pesan adalah sebesar Rp 1.200.000
 Biaya penyimpanan / set =5%(harga BBx Jml BB)
 Biaya kekurangan persediaan untuk BB Ramin:
 Biaya pesan + (Rp 2.500.000x0.035)
 Biaya simpan adalah 1.200.000 x 0.035
 Perhitungan pada bahan baku ramin

Tabel 4
Distribusi permintaan BB Ramin

Permintaan	Frekuensi	Probabilitas[P(d)]
2.49-2.98	6	0.26
2.99-3.47	1	0.04
3.48-3.96	2	0.08
3.97-4.45	11	0.46
4.46-4.94	2	0.08
4.95-5.43	2	0.08

Berdasarkan ketetapan markov chain bahwa pemberian putusan, suatu state dari sistem mengalami transisi dari state i ke state $j=i+x-d$ dengan probabilitas $P_{ij}(x)=P(d)$
 State i = Persediaan awal
 Putusan x = Tingkat pemesanan
 a = Biaya pesan
 b = Biaya penyimpanan
 c = Biaya kekurangan persediaan
 $C_i(x)$ = Total biaya

Baris 1 : Untuk $i = 0, x = 2,98$ jika $d = 2,98$

$$j = i + x - d$$

$$= 0 + 2,98 - 2,98$$

$$= 0$$

Probabilitas $P_{ij} = P_{0,0}(2,98) = 1,$

Untuk probabilitas lainnya = 0

Shortage Cost = Rp 42.000 + Rp 87.500

$$\left[\sum_{d>x+1} (d-i-x)P(d) \right]$$

$$= \text{Rp } 42.000 + \text{Rp } 87.500 [(3,47 - 2,98)(0,04) + (3,96 - 2,98)(0,08) + (4,45 - 2,98)(0,46) + (4,94 - 2,98)(0,08) + (5,48 - 2,98)(0,08)]$$

$$= \text{Rp } 203.368,-$$

Kemudian dapat ditentukan persediaan awal dengan asumsi bahwa persediaan awal state i adalah (0), (0.49) (0.98), (1.47), (1.96), (2.45).
 Kemudian menentukan tingkat persediaan awal.

Baris 2 : Untuk $i = 0$, $x = 3,47$ jika $d = 2,98$

$$\begin{aligned} j &= i + x - d \\ &= 0 + 3,47 - 2,98 \\ &= 0,49 \end{aligned}$$

$$\text{Probabilitas } P_{ij} = P_{(0,0,49)}(3,47) = 0,26$$

Jika $d = 3,47$

$$\begin{aligned} j &= i + x - d \\ &= 0 + 3,47 - 3,47 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Jika Permintaan (d) = 3,47 atau lebih, $j = 0$
maka :

$$\begin{aligned} \text{Probabilitas } P_{ij} &= P_{0,0}(3,47) = 0,04 + 0,08 + \\ &0,46 + 0,08 + 0,08 \\ &= 0,74 \end{aligned}$$

$$\text{Shortage Cost} = \text{Rp } 42.000 + \text{Rp } 87.500$$

$$\left[\sum_{d>x+1} (d-i-x)P(d) \right]$$

$$\begin{aligned} &= \text{Rp } 42.000 + \text{Rp } 87.500 [(3,96 - 3,47)(0,08) \\ &+ (4,45 - 3,47)(0,46) + (4,94 - 3,47)(0,08) + \\ &(5,43 - 3,47)(0,08)] \\ &= \text{Rp } 108.815,- \end{aligned}$$

Baris 3 : Untuk $i = 0$, $x = 3,96$ jika $d = 2,98$

$$\begin{aligned} j &= i + x - d \\ &= 0 + 3,96 - 2,98 \\ &= 0,98 \end{aligned}$$

$$\text{Probabilitas } P_{ij} = P_{(0,0,98)}(3,96) = 0,26$$

Jika $d = 3,47$

$$\begin{aligned} j &= i + x - d \\ &= 0 + 3,96 - 3,47 \\ &= 0,49 \end{aligned}$$

$$\text{Probabilitas } P_{ij} = P_{(0,0,49)}(3,47) = 0,04$$

Jika $d = 3,96$

$$\begin{aligned} j &= i + x - d \\ &= 0 + 3,96 - 3,96 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Jika Permintaan (d) = 3,96 atau lebih, $j = 0$
maka :

$$\begin{aligned} \text{Probabilitas } P_{ij} &= P_{0,0}(12,68) = 0,08 + 0,46 + \\ &0,08 + 0,08 \\ &= 0,70 \end{aligned}$$

$$\text{Shortage Cost} = \text{Rp } 42.000 + \text{Rp } 87.500$$

$$\left[\sum_{d>x+1} (d-i-x)P(d) \right]$$

$$\begin{aligned} &= \text{Rp } 42.000 + \text{Rp } 87.500 [(4,45 - 3,96)(0,46) \\ &+ (4,94 - 3,96)(0,08) + (5,43 - 3,96)(0,08)] \\ &= \text{Rp } 78.673 \end{aligned}$$

Baris 4 : Untuk $i = 0$, $x = 4,45$

jika $d = 2,98$

$$\begin{aligned} j &= i + x - d \\ &= 0 + 4,45 - 2,98 \\ &= 1,47 \end{aligned}$$

$$\text{Probabilitas } P_{ij} = P_{(0,1,47)}(4,47) = 0,26$$

Jika $d = 3,47$

$$\begin{aligned} j &= i + x - d \\ &= 0 + 4,47 - 3,47 \\ &= 0,98 \end{aligned}$$

$$\text{Probabilitas } P_{ij} = P_{(0,0,98)}(4,45) = 0,04$$

Jika $d = 3,96$

$$\begin{aligned} j &= i + x - d \\ &= 0 + 4,45 - 3,96 \\ &= 0,49 \end{aligned}$$

$$\text{Probabilitas } P_{ij} = P_{(0,0,49)}(4,45) = 0,08$$

Jika $d = 4,45$

$$\begin{aligned} j &= i + x - d \\ &= 0 + 4,45 - 4,45 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Jika Permintaan (d) = 4,45 atau lebih, $j = 0$
maka

$$\begin{aligned} \text{Probabilitas } P_{ij} &= P_{0,0} (4,45) = 0,46 + 0,08 + \\ & \quad 0,08 \\ &= 0,62 \end{aligned}$$

$$\text{Shortage Cost} = \text{Rp } 42.000 + \text{Rp } 87.500$$

$$\begin{aligned} & \left[\sum_{d>x+1} (d-i-x)P(d) \right] \\ &= \text{Rp } 42.000 + \text{Rp } 87.500 [(4,94 - 4,45)(0,08) \\ &+ (5,43 - 4,45)(0,08)] \\ &= \text{Rp } 52.290,- \end{aligned}$$

Baris 5 : Untuk $i = 0, \quad x = 4,94$

$$\begin{aligned} \text{jika } d &= 2,98 \\ j &= i + x - d \\ &= 0 + 4,94 - 2,98 \\ &= 1,96 \end{aligned}$$

$$\text{Probabilitas } P_{ij} = P_{(0,1,96)} (4,94) = 0,26$$

$$\begin{aligned} \text{Jika } d &= 3,47 \\ j &= i + x - d \\ &= 0 + 4,94 - 3,47 \\ &= 1,47 \end{aligned}$$

$$\text{Probabilitas } P_{ij} = P_{(0,1,47)} (4,94) = 0,04$$

$$\begin{aligned} \text{Jika } d &= 3,96 \\ j &= i + x - d \\ &= 0 + 4,94 - 3,96 \\ &= 0,98 \end{aligned}$$

$$\text{Probabilitas } P_{ij} = P_{(0,0,98)} (4,94) = 0,08$$

$$\begin{aligned} \text{Jika } d &= 4,45 \\ j &= i + x - d \\ &= 0 + 4,95 - 4,45 \\ &= 0,49 \end{aligned}$$

$$\text{Probabilitas } P_{ij} = P_{(0,0,49)} (4,94) = 0,46$$

$$\begin{aligned} \text{Jika } d &= 4,94 \\ j &= i + x - d \\ &= 0 + 4,94 - 4,94 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Jika Permintaan (d) = 4,94 atau lebih, $j = 0$ maka :

$$\begin{aligned} \text{Probabilitas } P_{ij} &= P_{0,0} (4,94) = 0,08 + 0,08 \\ &= 0,16 \end{aligned}$$

$$\text{Shortage Cost} = \text{Rp } 42.000 + \text{Rp } 87.500$$

$$\begin{aligned} & \left[\sum_{d>x+1} (d-i-x)P(d) \right] \\ &= \text{Rp } 42.000 + \text{Rp } 87.500[(5,43 - 4,94)(0,08)] \\ &= \text{Rp } 45.430,- \end{aligned}$$

Baris 6 : Untuk $i = 0, \quad x = 5,43$

$$\begin{aligned} \text{jika } d &= 2,98 \\ j &= i + x - d \\ &= 0 + 5,43 - 2,98 \\ &= 2,45 \end{aligned}$$

$$\text{Probabilitas } P_{ij} = P_{(0,2,45)} (5,43) = 0,26$$

$$\begin{aligned} \text{Jika } d &= 3,47 \\ j &= i + x - d \\ &= 0 + 5,43 - 3,47 \\ &= 1,96 \end{aligned}$$

$$\text{Probabilitas } P_{ij} = P_{(0,1,96)} (5,43) = 0,04$$

$$\begin{aligned} \text{Jika } d &= 3,96 \\ j &= i + x - d \\ &= 0 + 5,43 - 3,96 \\ &= 1,47 \end{aligned}$$

$$\text{Probabilitas } P_{ij} = P_{(0,1,47)} (5,43) = 0,08$$

$$\begin{aligned} \text{Jika } d &= 4,45 \\ j &= i + x - d \\ &= 0 + 5,43 - 4,45 \\ &= 0,98 \end{aligned}$$

$$\text{Probabilitas } P_{ij} = P_{(0,0,98)} (5,43) = 0,46$$

$$\begin{aligned} \text{Jika } d &= 4,94 \\ j &= i + x - d \\ &= 0 + 5,43 - 4,49 \\ &= 0,49 \end{aligned}$$

Probabilitas $P_{ij} = P_{(0,0,49)}(5,43) = 0,08$

Jika $d = 5,43$

$$j = i + x - d$$

$$= 0 + 5,43 - 5,43$$

$$= 0$$

Jika Permintaan (d) = 5,43 atau lebih, $j = 0$ maka

Probabilitas $P_{ij} = P_{0,0}(5,43) = 0,08$

Shortage Cost = Rp 42.000 + Rp 87.500

$$\left[\sum_{d>x+1} (d - i - x)P(d) \right]$$

= Rp 42.000 + Rp 87.500 [(0)] = Rp 42.000,-

Setelah kita mengetahui probabilitas dan biayanya, maka kita dapat menentukan matrik transisi dan biaya dengan mengambil biaya yang terkecil. Adapun perhitungannya adalah:

0,08	0,08	0,46	0,08	0,04	0,26	$C_0(5,43)$	84.000
0,08	0,08	0,46	0,08	0,04	0,26	$C_{0,49}(4,94)$	45.250
0,08	0,80	0,46	0,08	0,04	0,26	$C_{0,98}(4,45)$	206.500
0,08	0,08	0,46	0,08	0,04	0,26	$C_{1,47}(3,98)$	267.750
0,08	0,08	0,46	0,08	0,04	0,26	$C_{1,96}(3,47)$	329.000
0,080	0,080	0,460	0,08	0,04	0,26	$C_{2,45}(2,98)$	390.250

Policy awal = $X_0^{(0)} = 5,43$ $X_{1,47}^{(0)} = 3,98$

$X_{0,49}^{(0)} = 4,94$ $X_{1,96}^{(0)} = 3,47$

$X_{0,98}^{(0)} = 4,45$ $X_{2,45}^{(0)} = 2,98$

Setelah diketahui policy awal maka kita lakukan perhitungan dengan cara persamaan linier. Yaitu:

$$f_0^{(0)} = 84.000 + 0,98 (0,08 f_0^{(0)} + 0,08 f_{0,49}^{(0)} + 0,46 f_{0,98}^{(0)} + 0,08 f_{1,47}^{(0)} + 0,04 f_{1,96}^{(0)} + 0,26 f_{2,45}^{(0)})$$

$$f_{0,49}^{(0)} = 145.250 + 0,98 (0,08 f_0^{(0)} + 0,08 f_{0,49}^{(0)} + 0,46 f_{0,98}^{(0)} + 0,08 f_{1,47}^{(0)} + 0,04 f_{1,96}^{(0)} + 0,26 f_{2,45}^{(0)})$$

$$f_{0,98}^{(0)} = 206.500 + 0,98 (0,08 f_0^{(0)} + 0,08 f_{0,49}^{(0)} + 0,46 f_{0,98}^{(0)} + 0,08 f_{1,47}^{(0)} + 0,04 f_{1,96}^{(0)} + 0,26 f_{2,45}^{(0)})$$

$$f_{1,47}^{(0)} = 267.750 + 0,98 (0,08 f_0^{(0)} + 0,08 f_{0,49}^{(0)} + 0,46 f_{0,98}^{(0)} + 0,08 f_{1,47}^{(0)} + 0,04 f_{1,96}^{(0)} + 0,26 f_{2,45}^{(0)})$$

$$f_{1,96}^{(0)} = 329.000 + 0,98 (0,08 f_0^{(0)} + 0,08 f_{0,49}^{(0)} + 0,46 f_{0,98}^{(0)} + 0,08 f_{1,47}^{(0)} + 0,04 f_{1,96}^{(0)} + 0,26 f_{2,45}^{(0)})$$

$$f_{2,45}^{(0)} = 390.250 + 0,98 (0,08 f_0^{(0)} + 0,08 f_{0,49}^{(0)} + 0,46 f_{0,98}^{(0)} + 0,08 f_{1,47}^{(0)} + 0,04 f_{1,96}^{(0)} + 0,26 f_{2,45}^{(0)})$$

Penyelesaiannya :

$f_0^{(0)} = 1.230.000$

$f_{1,47}^{(0)} = 1.249.000$

$f_{0,49}^{(0)} = 1.236.000$

$f_{1,96}^{(0)} = 1.255.000$

$f_{0,98}^{(0)} = 1.243.000$

$f_{2,45}^{(0)} = 1.261.000$

Setelah diketahui hasil dari persamaan linier, maka kita memasuki pada langkah yang ketiga yaitu menentukan tindakan baru untuk setiap state dengan menggunakan metode iteration dengan discount. Yang mempunyai persamaan :

$$C_i(x) + \alpha \sum_j P_{ij}(x) f_j^{(0)}$$

Sehingga dari hasil tersebut maka didapat policy baru yaitu :

$f_0^{(0)} = 4,94$ $f_{1,47}^{(0)} = 3,47$

$f_{0,49}^{(0)} = 4,45$ $f_{1,96}^{(0)} = 2,98$

$f_{0,89}^{(0)} = 3,98$ $f_{2,45}^{(0)} = 2,98$

Karena policy baru ini tidak sama dengan policy awal, maka kembali kepada langkah dua. Dan dari langkah dua ini dengan

cara yang sama didapatkan policy baru yang sesuai atau sama dengan policy awal sehingga hasil ini bisa dikatakan sebagai hasil yang optimal. Dan dengan biaya yang optimal pula yaitu :

- $V_0 = \text{Rp } 1.050.068$
- $V_{1,47} = \text{Rp } 1.233.818$
- $V_{0,49} = \text{Rp } 1.111.318$
- $V_{1,96} = \text{Rp } 1.295.068$
- $V_{0,89} = \text{Rp } 1.172.568$
- $V_{2,45} = \text{Rp } 1.706.326$

Begitu pula dengan perhitungan-perhitungan pada bahan baku yang lain. Yang mempunyai policy awal yang sama dengan policy baru dan mempunyai biaya yang optimal pula.

KESIMPULAN

Dari perhitungan dan analisis yang telah dilakukan, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Bahan baku optimal yang harus dipesan perusahaan adalah:

* Pada Bahan Baku Ramin

$$\begin{aligned} \text{Policy baru} = X_0^{(1)} &= 17,42 & X_{0,89}^{(1)} &= 3,9 \\ X_{1,96}^{(1)} &= 2,98 & X_{0,49}^{(1)} &= 12,68 \\ X_{1,47}^{(1)} &= 3,47 & X_{2,45}^{(1)} &= 2,98 \end{aligned}$$

* Pada Bahan Baku F/J

$$\begin{aligned} \text{Policy awal} = X_0^{(0)} &= 5,61 & X_{1,02}^{(0)} &= 4,59 & X_{2,04}^{(0)} &= 3,57 \\ X_{0,51}^{(0)} &= 5,10 & X_{1,53}^{(0)} &= 4,08 & X_{2,55}^{(0)} &= 3,06 \end{aligned}$$

* Pada Bahan Baku Keduh

$$\begin{aligned} \text{Policy awal} = X_0^{(0)} &= 4,70 & X_{0,86}^{(0)} &= 3,84 & X_{1,72}^{(0)} &= 2,98 \\ X_{0,43}^{(0)} &= 4,27 & X_{1,29}^{(0)} &= 3,41 & X_{2,15}^{(0)} &= 2,55 \end{aligned}$$

* Pada Bahan Baku B/P

$$\begin{aligned} \text{Policy awal} = X_0^{(0)} &= 1,715 & X_{0,3,12}^{(0)} &= 1,403 & X_{0,624}^{(0)} &= 1,091 \\ X_{0,156}^{(0)} &= 1,559 & X_{0,468}^{(0)} &= 1,247 & X_{0,78}^{(0)} &= 0,935 \end{aligned}$$

2. Sedangkan biaya yang optimal untuk semua bahan baku adalah :

* Pada Bahan Baku Ramin

$$\begin{aligned} V_0 &= \text{Rp } 1.050.068 \\ V_{1,47} &= \text{Rp } 1.233.818 \\ V_{0,49} &= \text{Rp } 1.111.318 \\ V_{1,96} &= \text{Rp } 1.295.068 \\ V_{0,89} &= \text{Rp } 1.172.568 \\ V_{2,45} &= \text{Rp } 1.706.326 \end{aligned}$$

* Pada Bahan Baku F/J

$$\begin{aligned} V_0 &= \text{Rp } 897.877 \\ V_{1,53} &= \text{Rp } 993.502 \\ V_{0,51} &= \text{Rp } 929.752 \\ V_{2,04} &= \text{Rp } 1.025.377 \\ V_{1,02} &= \text{Rp } 961.627 \\ V_{2,55} &= \text{Rp } 1.057.252 \end{aligned}$$

* Pada Bahan Baku Keduh

$$\begin{aligned} V_0 &= \text{Rp } 632.301 \\ V_{1,29} &= \text{Rp } 680.676 \\ V_{0,43} &= \text{Rp } 648.426 \\ V_{1,72} &= \text{Rp } 696.801 \\ V_{0,86} &= \text{Rp } 664.551 \\ V_{2,15} &= \text{Rp } 727.926 \end{aligned}$$

* Pada Bahan Baku B/P

$$V_0 = \text{Rp } 612.126$$

$V_{0,468} = \text{Rp } 721.521$

$V_{0,156} = \text{Rp } 648.591$

$V_{0,624} = \text{Rp } 757.986$

$V_{0,312} = \text{Rp } 685.056$

$V_{0,78} = \text{Rp } 794.451$

DAFTAR PUSTAKA

Assauri Sofjan, 1993, "*Manajemen Produksi dan Operasi*" edisi ke empat Fakultas Ekonomi, Universitas Indonesia.

Elyased A. E., Thomas O. Boucher. "*Analysis and Control Of Production System*" Edisi ke tujuh, Prentice Hall International Edition.

Frederick S. H., Gerald J. Lieberman. "*Introductions Research*" edisi ke lima, McGraw Hill International Edition.

P. Siagian, 1987, "*Penelitian Operasional*" Universitas Indonesia.

Pangestu Subagyo, Marwan Asri, T. Hani Handoko, 1991, "*Dasar-Dasar Operations Research*", edisi ke dua, BPFE Yogyakarta.

Richard J. Tersine, "*Principles Of Inventory and Marerials Management*" edisi ke tiga, Nort-Holland New York.

Taha, H. A., "*Riset Operasi*" edisi ke lima, Binarupa Aksara.