

PENGOPTIMALAN TINGKAT PERSEDIAAN BAHAN BAKU FIRE TUBE BOILER DENGAN ANALISIS MARKOV CHAIN

Murti Astuti¹, Nuril Latifah²

ABSTRACT

Controlling material stock becomes important problem that faced by the company because controlling it supports production process continually. In applying material is efforted in order getting cost of supplier more law as possible. PT. Indomarine is one kind of company that produces tube involving two type are fire tube and water tube, in which the primary material is tube and plat. In dealing the consumer needs, the company should give amount materials so that the production will be continually, and the consumer will satisfy. Having more supplies like that is caused by accepting fluctually needs, than causes less supplier optimumly and less in cost too. Based on fenomenon above, so in this research will mucstigate the methods that will be counted the number of material asking .

To determine the number of material needs decisionand to determine the cost of optimumly material, this research uses the Markov Chains method. By using Markov Chain method so the data from the company will be analys. The result of analysis will be placed optimumly tube material in second iteration $x_0 = 613$, $x_{82} = 531$, $x_{164} = 449$, $x_{328} = 285$, $x_{410} = 203$. By having optimumly stock, so will be optimum cost too $f_0 = \text{Rp } 555.772.160$, $f_{82} = \text{Rp } 557.532.698$, $f_{164} = \text{Rp } 559.293.236$, $f_{246} = \text{Rp } 561.053.775$, $f_{328} = \text{Rp } 585.438.154$, $f_{410} = \text{Rp } 564.574.852$. For that material in the second iteration that is $X_0 = 21$, $X_3 = 18$, $X_6 = 15$, $X_9 = 12$, $X_{12} = 9$, $X_{15} = 6$. By having optimum stock, so if will be achieving the optimum cost too $f_0 = \text{Rp } 372.985.280$, $f_3 = \text{Rp } 373.044.382$, $f_6 = \text{Rp } 373.103.192$, $f_9 = \text{Rp } 373.162.148$, $f_{12} = \text{Rp } 373.221.104$, $f_{15} = \text{Rp } 373.280.060$.

Key Words : *Markov Chain, Stock, Material*

PENDAHULUAN

Persediaan bahan baku di dalam perusahaan adalah merupakan hal yang sangat wajar untuk dikendalikan dengan baik. Dalam penyelenggaraan persediaan bahan baku ini akan diusahakan agar bahan baku yang ada di dalam perusahaan akan dapat mempunyai biaya persediaan yang serendah mungkin.

PT. INDOMARINE adalah perusahaan yang memproduksi ketel uap dengan dua tipe yaitu fire tube dan water tube, dimana bahan baku utama adalah plat dan pipa. Pada kenyataannya pesanan yang

datang pada perusahaan ini lebih banyak fire tube dibandingkan dengan water tube, sehingga menyebabkan kebutuhan bahan baku dari fire tube meningkat pula. Salah satu prioritas perbaikan pada PT. INDOMARINE adalah tingkat persediaan bahan baku yang kurang mengenai kriteria untuk menjamin kelancaran proses produksi. Kekurangan bahan bahan baku dalam perusahaan ini akan mengakibatkan terhentinya pelaksanaan proses produksi. Persediaan yang diselenggarakan dalam jumlah besar mengakibatkan terjadinya biaya-biaya persediaan bahan baku menjadi besar pula. Besarnya biaya-biaya persediaan

¹⁾Dosen Jurusan Teknik Industri Unibraw & ²⁾ Alumni Pada Jurusan Teknik Industri Fakultas Teknik UMM

dapat mengurangi keuntungan yang seharusnya bisa dicapai oleh perusahaan. Disamping itu resiko kerusakan bahan baku juga semakin tinggi, sehingga mutu dari plat dan pipa akan berkurang apabila disimpan terlalu lama. Keadaan tersebut tentunya mengakibatkan berkurangnya keuntungan yang diperoleh perusahaan. Selain itu juga menyebabkan kehilangan pelanggan karena ketidakmampuan perusahaan menyediakan kebutuhan pelanggan tepat pada waktunya.

TINJAUAN PUSTAKA

Pengertian pengendalian persediaan

Persediaan adalah merupakan salah satu unsur yang paling aktif dalam operasi perusahaan yang secara kontinyu diperoleh, diubah, yang kemudian dijual kembali (Assauri, 1993: 220).

Persediaan sangat penting artinya untuk setiap perusahaan baik perusahaan yang menghasilkan suatu barang atau jasa. Tanpa adanya persediaan, perusahaan akan dihadapkan pada resiko bahwa pada suatu waktu tidak dapat memenuhi keinginan pelanggan yang memerlukan barang atau jasa yang dihasilkan. Hal ini mungkin terjadi, karena tidak selamanya barang atau jasa tersedia setiap saat, yang berarti pula bahwa perusahaan akan kehilangan kesempatan memperoleh keuntungan yang seharusnya perusahaan dapatkan. Untuk mengadakan persediaan itu diperlukan dana yang tidak sedikit bagi perusahaan. Oleh karena itu, setiap perusahaan harus dapat mempertahankan suatu jumlah persediaan

yang optimal sehingga dapat menjamin kebutuhan dan kelancaran kegiatan perusahaan dengan jumlah dan biaya yang serendah-rendahnya.

Pengendalian persediaan dapat dikatakan suatu kegiatan untuk menentukan tingkat dan komposisi pengaturan dan pengawasan atas pelaksanaan pengadaan bahan yang diperlukan sehingga sesuai dengan yang dibutuhkan dan biaya yang serendah-rendahnya agar perusahaan dapat melindungi kelancaran produksi dan penjualan serta kebutuhan-kebutuhan pembelanjaan perusahaan.

Kegiatan pengendalian persediaan tidak terbatas pada penentuan atau perencanaan tingkat dan komposisi persediaan, tetapi juga termasuk pengaturan dan pengawasan atas pelaksanaan pengadaan bahan-bahan yang diperlukan sesuai dengan jumlah yang dibutuhkan serta dengan biaya yang serendah-rendahnya. Jadi kegiatan pengendalian persediaan meliputi perencanaan persediaan, scheduling untuk pemesanan, pengaturan penyimpanan dan lain-lain.

Seperti telah dijelaskan diatas, suatu perusahaan haruslah menjaga persediaan yang cukup agar kegiatan produksinya lancar. Yang perlu diperhatikan dalam hal ini adalah agar bahan baku yang dibutuhkan itu cukup tersedia sehingga dapat menjamin kelancaran produksi. Apabila jumlah persediaan terlalu besar, maka modal yang tertanam menjadi besar sehingga biaya-biaya yang dibutuhkan dengan adanya persediaan menjadi besar. Oleh karena itu,

penting bagi semua jenis perusahaan untuk mengadakan pengendalian atas persediaan karena kegiatan ini dapat membantu agar tercapainya suatu tingkat efisiensi pengeluaran dalam persediaan. Tetapi, perlu ditegaskan bahwa tidak berarti akan dapat menghilangkan sama sekali resiko yang timbul akibat adanya persediaan yang terlalu besar atau bahkan kecil, melainkan hanya berusaha mengurangi resiko tersebut. Jadi, dalam hal ini pengendalian persediaan dapat mengurangi terjadinya resiko tersebut di atas menjadi semakin kecil.

Biaya-biaya Dalam Persediaan

Biaya-biaya yang timbul dari adanya persediaan (Assauri, 1993:225), antara lain:

a. Biaya pemesanan (*ordering costs*).

Biaya pemesanan adalah biaya-biaya yang dikeluarkan berkenaan dengan pemesanan barang-barang atau bahan-bahan dari penjual, sejak dari pemesanan (*order*) dibuat dan dikirim ke penjual, sampai barang-barang/bahan-bahan tersebut dikirim dan diserahkan serta diinspeksi di gudang atau daerah pengolahan (proses area).

b. Biaya yang terjadi dari adanya persediaan (*inventory carrying costs*).

Inventory carrying cost adalah biaya-biaya yang diperlukan berkenaan dengan adanya persediaan yang meliputi seluruh pengeluaran yang dikeluarkan perusahaan sebagai akibat adanya sejumlah persediaan. Biaya ini berhubungan dengan tingkat rata-rata persediaan yang selalu terdapat di

gudang, sehingga besarnya biaya ini bervariasi tergantung dari besar kecilnya rata-rata persediaan. Yang termasuk dalam biaya ini adalah semua biaya yang timbul karena barang disimpan yaitu biaya pergudangan yang terdiri dari biaya sewa gudang, upah dan gaji tenaga pengawas dan pelaksana pergudangan, biaya peralatan *material handling* di gudang, biaya administrasi gudang dan biaya-biaya lainnya. Biasanya *inventory carrying cost* ditentukan sebagai suatu prosentase (%) nilai uang dari persediaan tersebut per unitnya dalam satu tahun.

c. Biaya kekurangan persediaan (*out of stock costs*)

Biaya kekurangan persediaan adalah biaya-biaya yang timbul sebagai akibat terjadinya persediaan yang lebih kecil dari jumlah yang diperlukan, seperti kerugian atau biaya-biaya tambahan yang diperlukan karena seorang pelanggan meminta atau memesan suatu barang sedangkan barang atau bahan yang dibutuhkan tidak tersedia. Di samping juga dapat merupakan biaya-biaya yang timbul akibat pengiriman kembali pesanan (*order*) tersebut.

d. Biaya-biaya yang berhubungan dengan kapasitas (*capacity associated costs*)

Capacity associated costs adalah biaya-biaya terdiri atas biaya kerja lembur, biaya latihan, biaya pemberhentian kerja dan biaya-biaya pengangguran (*idle time costs*). Biaya-biaya ini terjadi karena adanya penambahan atau pengurangan kapasitas, apabila terlalu banyak atau

sedikitnya kapasitas yang digunakan pada suatu waktu tertentu.

Definisi Proses Markov

Proses Markov (Taha,1997:344) adalah sebuah sistem stokhastik yang untuknya permunculan sesuatu keadaan di masa mendatang bergantung pada keadaan yang segera mendahuluinya dan hanyalah bergantung pada itu. Jadi jika $t_0 < t_1 \dots t_n$ ($n=0, 1, 2, \dots$) mewakili saat-saat tertentu, kelompok variabel acak $\{\xi_{ik}\}$ adalah sebuah proses Markov jika memiliki sifat Markov (*Markovian property*) berikut ini:

$$P\{\xi_m = x_n | \xi_{m-1} = x_{n-1}, \dots, \xi_{t_0} = x_0\} = P\{\xi_m = x_n | \xi_{m-1} = x_{n-1}\}$$

untuk semua nilai yang mungkin dari

$$\xi_{t_0}, \xi_{t_1}, \dots, \xi_m$$

Probabilitas

$$P_{x_{n-1}, x_n} = P\{\xi_m = x_n | \xi_{m-1} = x_{n-1}\}$$

disebut probabilitas transisi. Probabilitas ini mewakili probabilitas kondisional dari sistem tersebut ketika berada dalam x_n pada saat t_n , dengan diketahui sistem tersebut berada dalam x_{n-1} . Probabilitas ini juga disebut probabilitas transisi satu langkah (*one-step transition probability*), karena menjabarkan sistem tersebut antara t_{n-1} dan t_n . Karena itu, probabilitas transisi m langkah didefinisikan dengan

$$P_{x_n, x_{n+m}} = P\{\xi_{m+m} = x_{n+m} | \xi_m = x_n\}$$

Rantai Markov

Anggaplah E_1, E_2, \dots, E_j ($j=0,1,2, \dots$) mewakili hasil (keadaan yang lengkap dan

mutually Exclusive) dari sebuah sistem pada setiap saat. Pada awalnya, pada saat t_0 , sistem tersebut berada di salahsatu dari keadaan ini. Anggaplah $a_j^{(0)}$ ($j=0,1,2, \dots$) adalah probabilitas absolut bahwa sisitem tersebut berada dalam keadaan E_j pada saat t_0 asumsikan lebih lanjut bahwa sistem ini bersifat markov.

$$p_{ij} = P\{\xi_m = j | \xi_{m-1} = i\}$$

sebagai probabilitas transisi satu langkah untuk bergerak dari keadaan i pada saat t_{n-1} ke keadaan j pada saat t_n dan asumsikan bahwa probabilitas ini bersifat stasioner (tetap) sepanjang waktu. Jadi probabilitas transisi dari keadaan E_i ke keadaan E_j dapat diatur secara lebih memudahkan dalam bentuk matriks sebahgai berikut:

$$P = \begin{pmatrix} P_{00} & P_{01} & P_{02} & P_{03} & \dots \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} & P_{13} & \dots \\ P_{20} & P_{21} & P_{22} & P_{23} & \dots \\ P_{30} & P_{31} & P_{32} & P_{33} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots \end{pmatrix}$$

Matriks P disebut matrik transisi homogen atau matrik stokhastik, karena semua probabilitas transisi p_{ij} adalah tetap dan independen dari waktu ke waktu. Probabilitas p_{ij} harus memenuhi kondisi

$$\sum_j P_{ij} = 1, \quad \text{untuk semua } i$$

$$p_{ij} \geq 0, \quad \text{untuk semua } i \text{ dan } j$$

Definisi dari sebuah rantai markov sudah lengkap. Sebuah matriks transisi P bersamaan dengan probabilitas awal $\{a_j^{(0)}\}$ yang berkaitan dengan keadaan E_j secara lengkap mendefinisikan sebuah rantai

markov. Kita dapat memandang sebuah rantai markov sebagai perilaku transisi dari sebuah sistem disepanjang interval waktu yang berjarak sama. Tetapi, terdapat situasi dimana jarak waktu tersebut bergantung pada karakteristik sistem dan karena itu kemungkinan tidak setara. Kasus ini disebut sebagai *imbedded markov chain* (Taha, 1997: 344).

Proses Keputusan Markov Chain

Jika tingkat persediaan diperiksa tiap minggu, kemudian penentuan tingkat persamaan maksimum, tentukan pada alternatif pemilihan pada tingkat pemesanan x , nilai x merupakan strategi yang memuaskan tiap nilai dari state variabel dan menentukan pula policy (strategi) yang mungkin secara sembarang. Jika tiap minggu permintaan random d terjadi dengan probabilitas $P(d)$. Markov Chain mengalami transisi dari state i ke state j dimana $j = i + x - d$ dengan probabilitas $P_{ij}(x) = P(d)$. Suatu probabilitas transisi, $P_{ij}(x)$ dilihat pada fungsi dari kedua distribusi *demand* (permintaan) dan terutama pemilihan putusan di state.

Pada tiap-tiap state i dan tiap putusan x , juga merupakan penggabungan biaya untuk suatu periode $C_i(x)$.

Biaya kekurangan persediaan per unit :

E (shortage cost) =

$$Rp \left[\sum_{d>i+x} (d - i - x) P(d) \right]$$

Dimana: Rp = biaya pemesanan dan biaya penyimpanan

d = demand

i = persediaan awal

x = tingkat pemesanan

$P(d)$ = probabilitas

Dalam menentukan policy secara sembarang kemudian dibentuk sebagai matrik transisi P dan merupakan vektor dari biaya satu periode (C_i) disusun dari tabel diatas untuk setiap i , suatu baris dari probabilitas transisi digabung dengan putusan x diambil di state i , maka akan disusun :

$$P = \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & \dots & P_{0n} \\ P_{10} & P_{11} & \dots & P_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \\ P_{m0} & P_{m1} & \dots & P_{mn} \end{bmatrix} \text{ dan } \begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ \vdots \\ C_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Rp_1 \\ Rp_2 \\ \vdots \\ Rp_n \end{bmatrix}$$

Dengan melihat persamaan diatas maka akan diperoleh suatu notasi baru :

$$f_i = \text{minimum} \left[C_i(x) + \alpha \sum_j P_{ij}(x) f_j \right]$$

semua i

$x \in X$

Dimana f_i merupakan biaya dengan mengikuti sebuah policy optimal yang meliputi seluruh periode mendatang dan memulai proses di state i .

Langkah-langkah pemecahan dan penentuan ruang policy dengan pemotongan (discounting). Tujuan pemecahan masalah dalam penentuan perubahan policy dengan potongan adalah menentukan nilai optimal x dan nilai minimum f_i diputuskan untuk semua i .

Langkah 1 : Policy awal

Tentukan policy awal yang ditandai dengan $k=0$ dengan memilih putusan $x = x_i^{(0)}$ untuk tiap-tiap state i .

Setelah menentukan policy k , lalu menggabungkan tiap putusan $x_i^{(k)}$ dengan

probabilitas transisi $P_{ij}(x_i^{(k)})$ dan biaya satu periode $C_i(x_i^{(k)})$. Maka akan diperoleh $f_i^{(k)}$, biaya potongan dengan menggunakan policy k untuk seluruh periode, dimulai pada state i, semua i.

Langkah 2 : Evaluasi Policy Rutin

Menentukan nilai $f_i^{(k)}$ yang mana penyelesaiannya dengan persamaan linier.

$$f_i^{(k)} = C_i(x_i^{(k)}) + \alpha \sum_j P_{ij}(x_i^{(k)}) f_j^{(k)}$$

, semua i

Persamaan diatas karena proses awal dari state i dengan menggunakan policy k, mula-mula dikenai biaya yang menghubungkan dengan policy pada state i [= $C_i(x_i^{(k)})$] dan kemudian berpindah ke state j dengan permulaan dari state berikutnya. Present value dari biaya pada state j atas seluruh periode mendatang, satu periode dari sekarang adalah $f_j^{(k)}$. Biaya ini dibebani kemungkinan keluar dari state i ke state j dengan menggunakan policy k dan jumlah seluruh ini dipotong satu periode.

Istilah $f_j^{(k)}$ tidak boleh dikacaikan dengan f_j dari persamaan (2-5) kecuali pada iterasi (ulangan) terakhir, $f_j^{(k)}$ bukanlah biaya minimum, tetapi merupakan present value dari penggabungan biaya dari sembarang policy k yang mungkin bukan policy optimal. Langkah 2 meyakinkan kita untuk menggunakan policy k untuk semua periode mendatang dan ingin mengetahui dari permulaan dari setiap state.

Langkah 3 : Perbaikan Policy Rutin

Menentukan policy baru k+1 dengan menemukan putusan $x_i^{(k+1)}$ untuk setiap i

$$\text{Minimum} \left(c_i(x) + \alpha \sum_j P_{ij}(x_i) f_j^{(k)} \right)$$

Persamaan ini muncul karena sebab yang sama dengan . Jika biaya minimum dicapai untuk beberapa putusan, pilihan untuk $x_i^{(k+1)}$ adalah sembarang, kecuali jika $x_i^{(k)}$ adalah salah satu dari mereka adalah $x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)}$. Hal ini menghindari siklus skema yang berulang.

Dengan memeriksa policy yang baru k+1. Jika $x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)}$ untuk semua state, kemudian mempunyai policy yang memenuhi persamaan (2-6) dengan $f_i = f_i^{(k)} = f_i^{(k+1)}$ yang kita cari, sebaliknya jika policy k+1 berbeda dari policy paling sedikit satu state maka kembali ke langkah 2 untuk iterasi yang baru.

Langkah 4 : Aturan Berhenti

Jika $x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)}$, semua i, policy optimal telah ditentukan dan $f_i^{(k+1)}$ adalah expected biaya discount minimum dari permulaan pada state i. Jika policy baru k+1 berbeda dengan yang terdahulu paling sedikit satu state, tambahkan hitungan k dengan satu dan kembali ke langkah 2. (Sulistiyati, 2000).

METODOLOGI PENELITIAN

Data yang Diperlukan

Data yang diperlukan untuk analisa selanjutnya meliputi : data

permintaan produk, harga bahan baku, sistem produksi, jumlah hasil produksi, serta biaya yang terlibat selama proses produksi berlangsung.

Tahapan Pengolahan Data

Proses pengolahan data meliputi :

1. Perencanaan pengendalian persediaan dengan metode Markov chain dan metode iteration discount.

2. Keputusan persediaan optimum

$$\text{Optimum } X^{(k+1)} = X^{(1)}$$

3. Menentukan total cost

HASIL DAN PEMBAHASAN

Tabel 1
Pemakaian Pipa Dan Plat Tiap 4 Bulan

PERIODE	PIPA (pcs)	PLAT (pcs)
Jan 95 – Apr 95	366	12
Mei 95 – Agt 95	610	20
Sep 95 – Des 95	122	4
Jan 96 – Apr 96	122	4
Mei 96 – Agt 96	366	12
Sep 96 – Des 96	366	12
Jan 97 – Apr 97	122	4
Mei 97 – Agt 97	122	4
Sep 97 – Des 97	244	8
Jan 98 – Apr 98	488	16
Mei 98 – Agt 98	122	4
Sep 98 – Des 98	244	8
Jan 99 – Apr 99	122	4
Mei 99 – Agt 99	122	4
Sep 99 – Des 99	122	4
Jan 00 – Apr 00	366	12
Mei 00 – Agt 00	122	4
Sep 00 – Des 00	244	8
Jan 01 – Apr 01	244	8
Mei 01 – Agt 01	122	4
Sep 01 – Des 01	366	12

Data Biaya-Biaya

Data biaya yang digunakan diambil suatu biaya pada salah satu tahun pengambilan data yaitu tahun 2001:

1. Biaya pesan ditetapkan oleh team yaitu sebesar Rp 6.400.000,-/pesanan, ini diperoleh dengan memberi biaya operasi team dengan jumlah pesan yang dikeluarkan selama setahun.
2. Biaya simpan material pertahun dinyatakan dengan prosentase nilai material yang disimpan, yaitu:
 - a. Biaya kapital pertahun 15 %
 - b. Biaya gudang diperoleh dari hasil bagi biaya operasi rata-rata setahun sebesar Rp 72.500.000,- dengan persediaan rata-rata sebesar Rp 6.000.000.000,- maka biaya gudang sebesar 1,2 %.
 - c. Biaya kehilangan sebesar 0 karena tidak pernah terjadi kehilangan material di gudang.
 - d. Biaya keusangan untuk material sebesar 0,075 % yang diperoleh dari rata-rata material yang tidak layak pakai setelah disimpan selama 1 tahun di gudang.

Jadi total biaya simpan : $15 \% + 1,2 \% + 0 + 0,075 \% = 16,275 \% \text{ per tahun}$
 $= 5,425 \% \text{ per 4 bulan.}$

Menentukan Optimum Persediaan dan Total Cost

Biaya-biaya yang berhubungan dengan persediaan bahan baku adalah:

- Bunga Bank yang berlaku = 12 % per tahun.

- Harga bahan baku pipa = Rp 12.000,- per Kg, plat = Rp 9.000,- per Kg
- 1 pcs pipa = 32,98 Kg, 1pcs plat = 40,35 Kg
- Biaya penyimpanan per unit per 4 bulan = 5,425 % (harga mat x jumlah mat)
 Untuk pipa = 5,425 % x 12.000 x 32,98 x state i
 Untuk plat = 5,425% x 9.000 x 40,35 x state i
- Biaya kekurangan persediaan = Rp 6.400.000,- + (harga mat x jumlah mat)
 Untuk pipa = Rp 6.400.000,- + (12.000 x 32,98 x 122)
 Untuk plat = Rp 6.400.000,- + (9.000 x 40,35 x 4)

Bahan Baku Pipa

Untuk menentukan probabilitas pemakaian berdasarkan frekuensi relatif.

Probabilitas pemakaian untuk 122-203 pcs = $10/21 = 0.47$

Berdasarkan data-data pada tabel 1 maka distribusi frekuensi pemakaiannya adalah sebagai berikut:

$$\text{Data terbesar} - \text{data terkecil} = 610 - 122 = 488$$

$$\begin{aligned} \text{Range} &= 1 + 3,3 \log n \\ &= 1 + 3,3 \log 21 \\ &= 5,36 \approx 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Interval} &= 488 / 6 \\ &= 81,33 \approx 82 \end{aligned}$$

Tabel 2

Probabilitas Pipa Tiap 4 Bulan

Pemakaian	Frek	Probabilitas
122 – 203	10	0,47
204 – 285	4	0,19
286 – 367	5	0,24
268 – 449	0	0
450 – 531	1	0,05
532 – 613	1	0,05
Jumlah	21	1

Kemudian kita dapat menentukan persediaan awal dengan asumsi bahwa persediaan awal (state i) adalah 0, 82, 164, 246, 328, 410 (dalam pcs). Kemudian menentukan strategi yang memuaskan atau persediaan *policy* untuk menambahkan persediaan yaitu nilai dari R untuk tiap nilai variabel tetap.

Tabel 3

Tingkat Persediaan Awal dan Penambahan Persediaan

State i	Pemilihan Untuk Tingkat Pemesanan (x)					
0	203	285	367	449	531	613
82	203	285	367	449	531	
164	203	285	367	449		
246	203	285	367			
328	203	285				
410	203					

Berdasarkan ketetapan *Markov Chain* bahwa pemberian putusan x, suatu state dari sistem mengalami transisi dari state i ke state $j = i + x - d$ dengan probabilitas $P_{ij}(x) = P(d)$.

Keterangan:

- State i = Persediaan awal
- Putusan x = Tingkat Pemesanan
- d = Demand

A = Biaya Pemesanan
 B = Biaya Penyimpanan
 = 5,425 % x (harga material x
 jumlah material)

E = Shortage Cost

$C_i(x)$ = Total Cost

Untuk menentukan tingkat probabilitas transisi, harus melihat tabel 4.3 dan 4.4, sehingga dapat ditentukan sebagai berikut:

Untuk $i = 0$; $x = 203$

Jika $j = 0$,

Maka $j = i + x - d$

$$0 = 0 + 203 - d \Rightarrow d = 203$$

Probabilitas $P_{ij} = P_{0,0}(203)$

$$= P(d \geq 203)$$

$$= 1$$

Untuk probabilitas lainnya = 0

Shortage Cost = Rp 6.400.000,- + Rp

$$48.282.720,- \left[\sum_{d>i+x} (d - i - X)P(d) \right]$$

$$= \text{Rp } 6.400.000,- + \text{Rp } 48.282.720,- [(285 - 203)0,19 + (367 - 03)0,24 + (449 - 203)0 + (531 - 203)0,05 + (613 - 203)0,05]$$

$$= \text{Rp } 4.440.685.005,-$$

Selanjutnya dicari probabilitas transisi untuk semua baris, maka dapat diketahui:

Langkah 1: Menentukan probabilitas transisi, putusan dan biaya.

Probabilitas Transisi:

$$\begin{pmatrix} 0,05 & 0,05 & 0 & 0,24 & 0,19 & 0,47 \\ 0,05 & 0,05 & 0 & 0,24 & 0,19 & 0,47 \\ 0,05 & 0,05 & 0 & 0,24 & 0,19 & 0,47 \\ 0,05 & 0,05 & 0 & 0,24 & 0,19 & 0,47 \\ 0,05 & 0,05 & 0 & 0,24 & 0,19 & 0,47 \\ 0,05 & 0,05 & 0 & 0,24 & 0,19 & 0,47 \end{pmatrix}$$

Putusan:

$$C_0 = 613$$

$$C_{82} = 531$$

$$C_{164} = 449$$

$$C_{246} = 367$$

$$C_{328} = 285$$

$$C_{410} = 203$$

Biaya:

$$12.800.000$$

$$14.560.538$$

$$16.321.076$$

$$18.081.615$$

$$19.842.153$$

$$21.602.692$$

Policy awal: $x_0^{(0)} = 613$

$$x_{82}^{(0)} = 531$$

$$x_{164}^{(0)} = 449$$

$$x_{246}^{(0)} = 367$$

$$x_{328}^{(0)} = 285$$

$$x_{410}^{(0)} = 203$$

Langkah 2: Pemecahan dengan mengikuti persamaan linear.

$$f_i^{(k)} = C_i(x_i^{(k)}) + \alpha \sum_j P_{ij}(x_i^{(k)}) f_j^{(k)}$$

$$f_{(0)}^{(0)} = 12.800.000 + 0,96(0,05 f_{(0)}^{(0)} + 0,05 f_{(82)}^{(0)} + 0 f_{(164)}^{(0)} + 0,24 f_{(246)}^{(0)} + 0,19 f_{(328)}^{(0)} + 0,47 f_{(410)}^{(0)})$$

$$f_{(82)}^{(0)} = 14.560.538 + 0,96(0,05 f_{(0)}^{(0)} + 0,05 f_{(82)}^{(0)} + 0 f_{(164)}^{(0)} + 0,24 f_{(246)}^{(0)} + 0,19 f_{(328)}^{(0)} + 0,47 f_{(410)}^{(0)})$$

$$f_{(164)}^{(0)} = 16.321.076 + 0,96(0,05 f_{(0)}^{(0)} + 0,05 f_{(82)}^{(0)} + 0 f_{(164)}^{(0)} + 0,24 f_{(246)}^{(0)} + 0,19 f_{(328)}^{(0)} + 0,47 f_{(410)}^{(0)})$$

$$f_{(246)}^{(0)} = 18.081.615 + 0,96(0,05 f_{(0)}^{(0)} + 0,05 f_{(82)}^{(0)} + 0 f_{(164)}^{(0)} + 0,24 f_{(246)}^{(0)} + 0,19 f_{(328)}^{(0)} + 0,47 f_{(410)}^{(0)})$$

$$f_{(328)}^{(0)} = 19.842.153 + 0,96(0,05 f_{(0)}^{(0)} + 0,05 f_{(82)}^{(0)} + 0 f_{(164)}^{(0)} + 0,24 f_{(246)}^{(0)} + 0,19 f_{(328)}^{(0)} + 0,47 f_{(410)}^{(0)})$$

$$f_{(410)}^{(0)} = 21.602.692 + 0,96(0,05 f_{(0)}^{(0)} + 0,05 f_{(82)}^{(0)} + 0 f_{(164)}^{(0)} + 0,24 f_{(246)}^{(0)} + 0,19 f_{(328)}^{(0)} + 0,47 f_{(410)}^{(0)})$$

Untuk menyelesaikan persamaan linear tersebut dengan menggunakan program bantuan *mathcad*. Adapun cara penyelesaiannya dapat dilihat pada lampiran, sedangkan hasil dari perhitungannya yaitu:

$$f_{(0)}^{(0)} = 561.400.000$$

$$\begin{aligned}f_{(82)}^{(0)} &= 563.200.000 \\f_{(164)}^{(0)} &= 564.900.000 \\f_{(246)}^{(0)} &= 566.700.000 \\f_{(328)}^{(0)} &= 568.400.000 \\f_{(410)}^{(0)} &= 564.600.000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}X_{82}^{(0)} &= 531 \\X_{164}^{(0)} &= 449 \\X_{246}^{(0)} &= 367 \\X_{328}^{(0)} &= 285 \\X_{410}^{(0)} &= 203\end{aligned}$$

Bahan Baku Pipa

Bila persediaan awalnya adalah 0, maka persediaan yang harus dipesan adalah (203), (285), (367), (449), (531), (613).

Ini artinya bahwa bila pada PT. Indomarine tidak mempunyai persediaan bahan baku, maka perusahaan tersebut harus pesan atau diadakan penambahan persediaan bahan baku sebesar 203 sampai batas maksimal 613.

Dan bila persediaannya adalah 82 maka bahan baku yang harus dipesan adalah sebesar (203), (285), (367), (449), (531).

Artinya bahwa bila pada perusahaan tersebut sudah punya persediaan bahan baku sebesar 82 maka penambahan yang harus dilakukan sebesar 203 sampai batas maksimum 531. Kemudian seterusnya mengikuti tabel tingkat persediaan awal dan penambahan persediaan. Dan ini berarti bahwa semakin tinggi tingkat persediaan awal maka semakin sedikit penambahan persediaannya.

Matrik Transisi dan Biaya

Setelah diketahui nilai probabilitas transisi dan biayanya, maka nilai-nilai probabilitas tersebut ditransformasikan kedalam bentuk matrik transisi dengan mengambil biaya yang terkecil.

Dari matrik pertama tersebut, maka diketahui policy awal, yaitu :

$$\text{Policy awal} = X_0^{(0)} = 613$$

Ini artinya bahwa, bila suatu perusahaan tersebut mempunyai persediaan awal 0 maka penambahan persediaan yang optimal adalah 613

Bila suatu perusahaan tersebut mempunyai persediaan awal 82 maka penambahan persediaan yang optimal adalah 531.

Bila suatu perusahaan tersebut mempunyai persediaan awal 164 maka penambahan persediaan yang optimal adalah 449.

Bila suatu perusahaan tersebut mempunyai persediaan awal 246 maka penambahan persediaan yang optimal adalah 367.

Bila suatu perusahaan tersebut mempunyai persediaan awal 328 maka penambahan persediaan yang optimal adalah 285.

Bila suatu perusahaan tersebut mempunyai persediaan awal 410 maka penambahan persediaan yang optimal adalah 203.

Dari policy awal yang ada pada iterasi pertama, didapatkan policy baru pada iterasi pertama yang ternyata sama dengan policy awal, yaitu :

$$\text{Policy baru} = X_0^{(1)} = 613$$

$$\begin{aligned}X_{82}^{(1)} &= 531 \\X_{164}^{(1)} &= 449 \\X_{246}^{(1)} &= 367 \\X_{328}^{(1)} &= 285 \\X_{410}^{(1)} &= 203\end{aligned}$$

Dengan adanya persamaan ini, dapat dikatakan bahwa policy tersebut telah

optimal, sehingga tidak perlu untuk dilanjutkan pada iterasi berikutnya.

Sedangkan biaya persediaan minimum diperoleh dari langkah ketiga yaitu dengan mensubstitusikan biaya total pada persamaan

$$f_i^{(k)} = C_i(x_i^{(k)}) + \alpha \sum_j P_{ij}(x_i^{(k)}) f_j^{(k)}$$

sehingga diperoleh persamaan baru. Dengan bantuan program *mathcad* maka diperoleh biaya baru, biaya baru tersebut kemudian disubstitusikan ke persamaan linier sehingga didapat biaya terdiskonto yang merupakan biaya persediaan minimum, yaitu:

$$f_{(0)}^{(1)} = 555.772.160$$

$$f_{(82)}^{(1)} = 557.532.698$$

$$f_{(164)}^{(1)} = 559.293.236$$

$$f_{(246)}^{(1)} = 561.053.775$$

$$f_{(328)}^{(1)} = 585.438.154$$

$$f_{(410)}^{(1)} = 564.574.852$$

KESIMPULAN

Dari hasil pengolahan dan analisa data dapat disimpulkan bahwa:

1. Berdasarkan pada iterasi kedua dapat diketahui tingkat persediaan bahan baku yang optimal yaitu:

Bahan baku pipa

$$x_0^{(1)} = 613$$

$$x_{82}^{(1)} = 531$$

$$x_{164}^{(1)} = 449$$

$$x_{246}^{(1)} = 367$$

$$x_{328}^{(1)} = 285$$

$$x_{410}^{(1)} = 203$$

Menunjukkan bahwa apabila persediaan awal 0 maka persediaan yang optimal sebanyak 613 pcs.

2. Berdasarkan pada iterasi kedua dapat diketahui biaya persediaan minimum yang optimal, yaitu:

Bahan baku pipa

$$f_{(0)}^{(1)} = 555.772.160$$

$$f_{(82)}^{(1)} = 557.532.698$$

$$f_{(164)}^{(1)} = 559.293.236$$

$$f_{(246)}^{(1)} = 561.053.775$$

$$f_{(328)}^{(1)} = 585.438.154$$

$$f_{(410)}^{(1)} = 564.574.852$$

DAFTAR PUSTAKA

- Ahyari, A, 1986, *Pengendalian Produksi I*, Edisi 4, BPFE Yogyakarta.
- Assauri, Sofjan, 1969, *Manajemen Produksi dan Operasi*, Edisi 4, LPFE Universitas Indonesia.
- Taha, Hamdy A, 1997, *Riset Operasi*, Jilid 2, Edisi 5, Binapura Aksara, Jakarta Barat.
- Daellenbach, H.A, George, J.A, 1978, *Introduction to Operation Research Techniques*, University of Canterbury, Christchurch, New Zeland.
- P Siagian, 1987, *Penelitian Operasional Dan Riset*, UII Press.
- Subagyo, Pengestu, 1995, *Dasar-Dasar Operations Research*, Edisi 2, BPFE Yogyakarta.
- Sudjana, 1996, *Metode Statistika*, Edisi 6, TARSITO Bandung.