

Penjadwalan Untuk Meminimalkan *Total Tardiness* Dengan Metode *Integer Linear Programming*

Clara Yessica Livia*, Teguh Oktiarso

Jurusan Teknik Industri, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Ma Chung
Jl. Villa Puncak Tidar N-01, Malang 65651 Telp. (0341) 550171; Fax. (0341) 550175

*Surel: 411310009@student.machung.ac.id

Abstract

Production scheduling is an important thing done in the company so that consumer demand is met on time. PT Mitra Mulia Makmur implements the scheduling principle of First Come First Serve in producing plastic container products. The scheduling applied is not yet effective and efficient because there are some late consumer demands. The delay in consumer demand is due to longer processing time than the specified time limit. In the study using Integer Linear Programming (ILP) method to minimize total tardiness (total tardiness). ILP was chosen as a method of solving delay problems. ILP can help the company's decision-making process to achieve a purpose function by considering the constraints or constraints in the company. Linear Integer Programming method with the help of LINGO 16.0 software can produce improvements.

Keywords: *Schedulling, Integer Linear Programming, Tardiness*

Abstrak

Penjadwalan produksi adalah hal yang penting dilakukan dalam perusahaan agar permintaan konsumen terpenuhi tepat waktu. PT Mitra Mulia Makmur menerapkan penjadwalan dengan prinsip First Come First Serve dalam menghasilkan produk container plastik. Penjadwalan yang diterapkan belum efektif dan efisien karena terdapat beberapa permintaan konsumen yang terlambat. Keterlambatan permintaan konsumen disebabkan karena waktu pengerjaan lebih lama daripada batas waktu yang ditentukan. Pada penelitian menggunakan metode Integer Linear Programming (ILP) untuk meminimalkan total keterlambatan (total tardiness). ILP dipilih sebagai metode memecahkan masalah keterlambatan. ILP dapat membantu proses pembuatan keputusan perusahaan untuk mencapai suatu fungsi tujuan dengan mempertimbangkan batasan atau kendala yang terdapat di perusahaan. Metode Integer Linear Programming dengan bantuan software LINGO 16.0 ini mampu menghasilkan perbaikan.

Kata kunci: *Penjadwalan, Integer Linear Programming, Tardiness*

1. Pendahuluan

Suatu perusahaan agar dapat bersaing dengan perusahaan lainnya, tentu membutuhkan strategi agar lebih unggul dari perusahaan lainnya. Salah satu strategi agar lebih unggul dari perusahaan lainnya adalah kemampuan perusahaan untuk memenuhi permintaan konsumen dengan tepat waktu. Permintaan konsumen dapat terpenuhi apabila perusahaan memiliki penjadwalan produksi yang baik. Penjadwalan merupakan proses pembuatan keputusan yang digunakan secara rutin dalam industri manufaktur dan jasa [1]. Beberapa hal yang perlu diperhatikan sebelum melakukan penjadwalan produksi adalah jumlah dan jenis pekerjaan, perkiraan waktu penyelesaian suatu pekerjaan, batas waktu penyelesaian pekerjaan, dan situasi pekerjaan yang dihadapi [2]. Situasi pekerjaan yang dihadapi pada suatu perusahaan dengan perusahaan lainnya dapat berbeda. Perbedaan tersebut meliputi jumlah mesin yang digunakan dan sistem produksi yang berlangsung. Menurut [Nasution and](#)

Prasetyawan [3] terdapat tiga jenis dasar sistem produksi yaitu proyek, *job shop*, dan *flow shop*. Sistem produksi *flow shop* merupakan proses produksi yang berlangsung terus menerus pada rute aliran operasi yang sama. Salah satu perusahaan yang menggunakan sistem produksi *flow shop* adalah PT Mitra Mulia Makmur. PT Mitra Mulia Makmur menerapkan penjadwalan *flow shop* dalam mengatur proses produksi produk yang dipesan oleh konsumen.

Penjadwalan pada PT Mitra Mulia Makmur menggunakan prinsip *First Come First Serve* (FCFS) untuk memenuhi permintaan konsumen terhadap produk-produk yang dihasilkan. Produk yang dihasilkan adalah produk *container* plastik. Permintaan konsumen terhadap produk *container* plastik selama tahun 2016 tersebut belum diproses dalam penjadwalan produksi yang efektif dan efisien. Hal tersebut disebabkan karena terdapat beberapa permintaan konsumen yang mengalami keterlambatan atau perusahaan tidak dapat memenuhi permintaan konsumen secara tepat waktu. Tabel 1 merupakan data keterlambatan (*tardiness*) pada produk *container* plastik dengan penjadwalan FCFS selama tahun 2016:

Tabel 1 Historis Keterlambatan Penjadwalan FCFS Tahun 2016

No.	Nama Produk	Tanggal Jadwal	Jumlah (unit)	Completion Time (menit)	Due Date (menit)	Tardiness (menit)
1	Container 1 L No Drop Go Green Set	28/01/2016	126.000	6.300	5.760	600
2	Container 1 L No Drop Go Green Set	31/03/2016	201.600	10.080	11.520	8.640
3	Container 1 L No Drop Go Green Set	07/04/2016	14.000	700	1.440	9.340
4	Container 1 L No Drop Go Green Set	15/12/2016	174.000	8.700	8.640	60
5	Container 4 kg No Drop Go Green Set	31/03/2016	109.667	6.580	1.440	5.140
6	Container 5 kg Weldon Welprof Set	07/04/2016	5.000	4.604,6	-1440	6.044,6
7	Container 5 kg Prospek EML TSW ST VNS	07/04/2016	2.500	7.310	7.200	110
8	Container 1 kg Prima Plus Plamir (PD) VNS	28/04/2016	5.000	7.812,6	7.200	612,6
9	Container 1 kg Prospek EML TSW Vernis	28/04/2016	2.500	7.985,9	7.200	785,9
10	Container 1 kg Prospek SW (PD) Vernis	28/04/2016	2.500	8.159,3	7.200	959,3

Permasalahan mengenai keterlambatan pemenuhan permintaan konsumen menimbulkan dampak seperti hilangnya kepercayaan konsumen, menurunnya citra perusahaan, dan membuat perusahaan terkena biaya penalti. Berdasarkan kondisi perusahaan yang mengalami permasalahan tersebut maka dibutuhkan suatu metode penjadwalan produksi yang tepat untuk meminimalkan keterlambatan. Metode pemecahan masalah yang digunakan untuk mengatasi masalah tersebut adalah metode *Integer Linear Programming* (ILP). ILP merupakan program linier dengan variabel berupa nilai bilangan bulat [4]. ILP dipilih sebagai metode untuk memecahkan masalah yang terjadi karena ILP dapat menentukan keputusan perusahaan secara optimal dalam mencapai suatu fungsi tujuan dengan mempertimbangkan batasan atau kendala yang terdapat di perusahaan. Fungsi tujuan yang ingin dicapai adalah meminimalkan total keterlambatan (*total tardiness*) agar permintaan konsumen dapat dipenuhi tepat waktu.

Penelitian terdahulu yang menjadi bahan referensi pada penelitian ini adalah penelitian yang dilakukan oleh [Tantrika \[5\]](#). Penelitian terdahulu menggunakan metode *Mixed Integer Programming* untuk menyelesaikan permasalahan jumlah barang *work in process* (WIP) dan keterlambatan pemenuhan pesanan konsumen. Tujuan dari penelitian tersebut adalah menerapkan konsep *Mixed Integer Programming* (MIP) untuk kasus penjadwalan produksi *flow shop* agar dapat meminimalkan jumlah barang WIP dan total waktu keterlambatan melalui penjadwalan yang tepat. Penjadwalan pada perusahaan dilakukan satu bulan sekali dengan aturan *First Come First Serve* (FCFS). Penelitian tersebut membutuhkan data jumlah permintaan, *due date*, waktu *setup*, dan kapasitas mesin tiap menit. Setelah mengumpulkan data yang diperlukan, penelitian ini menggunakan metode MIP untuk memecahkan masalah dengan bantuan *software* LINGO 11.0. Penelitian tersebut mempunyai dua fungsi tujuan. Dua fungsi tujuan tersebut adalah meminimalkan *total flow time* dan meminimalkan *total tardiness*. Berdasarkan hasil perhitungan tersebut metode MIP berhasil meminimalkan *total flow time* dan *total tardiness*. Penelitian ini menggunakan penelitian terdahulu sebagai dasar untuk membuat model matematika. Selanjutnya penelitian ini mengembangkan model matematika sendiri untuk menyesuaikan kondisi perusahaan dan fungsi tujuan yang ingin dicapai hanya meminimalkan keterlambatan.

2. Metode Penelitian

Tahapan penyelesaian yang dilakukan antara lain pembuatan formulasi matematis, penerjemahan formulasi matematis ke dalam *software* LINGO 16.0, dan membuat tabel penjadwalan yang baru. Pembuatan formulasi matematis menggunakan bentuk standar dari *Linear Programming* (LP) dan *Integer Linear Programming* (ILP). *Linear Programming* (LP) adalah suatu teknik matematika yang dirancang untuk membantu perencanaan yang dilakukan oleh manajer produksi dan membuat keputusan penting yang berkaitan dengan sumber daya perusahaan [6]. Menurut Hillier [7], bentuk standar dari LP adalah sebagai berikut:

$$\text{Minimize } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (1)$$

Dengan batasan:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \geq b_1 \quad (2)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \geq b_2$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \geq b_m$$

Sedangkan ILP adalah program linier dengan variabel berupa nilai bilangan bulat [4]. Model matematika untuk ILP adalah model program linier dengan ditambahkan batasan bahwa variabel yang digunakan harus berupa bilangan bulat (*integer*). Menurut Hillier [7], terdapat tiga jenis ILP yaitu *Pure Integer Programming*, *Mixed Integer Programming*, dan *Binary Integer Programming*. *Pure Integer Programming* merupakan model *integer programming* dengan seluruh variabel berupa bilangan bulat. Kemudian *Mixed Integer Programming* (MIP) merupakan model *integer programming* yang hanya menggunakan beberapa variabel bilangan bulat. Sedangkan *Binary Integer Programming* (BIP) merupakan model *integer programming* yang hanya memuat variabel biner. Variabel biner hanya mempunyai dua nilai yaitu 0 dan 1. BIP digunakan sebagai variabel keputusan pada permasalahan *yes-or-no decisions*. Berikut merupakan bentuk BIP:

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{jika keputusan } j \text{ adalah iya} \\ 0 & \text{jika keputusan } j \text{ adalah tidak} \end{cases} \quad (3)$$

Pembuatan formulasi matematis tersebut juga melibatkan rumus *lateness* atau *tardiness*. *Tardiness* merupakan ukuran *lateness* yang positif. Menurut [Bedworth and Bailey \[8\]](#), jika diasumsikan bahwa seluruh batas waktu (*due date*) diukur dari $t = 0$, maka *lateness* dan *tardiness* pada masing-masing pekerjaan dirumuskan sebagai berikut:

$$L_{i,s} = C_{i,s} - d_i \quad (4)$$

$$T_{i,s} = \max\{0, C_{i,s} - d_i\} \quad (5)$$

Formulasi matematis dan data-data yang dikumpulkan akan diterjemahkan ke dalam *software* LINGO 16.0. Perhitungan dengan bantuan *software* LINGO 16.0 akan menghasilkan nilai *starting time*, *completion time*, dan *tardiness* yang tepat untuk setiap *job* agar tidak mengalami keterlambatan. Kemudian berdasarkan hasil perhitungan *software* LINGO 16.0 tersebut, akan dibuat tabel penjadwalan yang baru. Tabel penjadwalan tersebut merupakan tabel penjadwalan dengan metode ILP.

2.1 Formulasi Matematis untuk Meminimalkan Total Tardiness Pada Produk Container 1 Liter

Formulasi matematis yang diusulkan dalam penelitian ini terdiri atas fungsi tujuan, batasan, dan asumsi sebagai berikut:

Fungsi Tujuan

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^n T_i \quad (6)$$

Batasan

$$a_i \geq s_i \quad \forall i \quad (7)$$

$$c_i = a_i + p_i \quad \forall i \quad (8)$$

$$a_i + p_i + s_j \leq a_j + G(1 - Y_{ij}) \quad \forall i < j \quad (9)$$

$$a_j + p_j + s_i \leq a_i + G Y_{ij} \quad \forall i < j \quad (10)$$

$$T_i + d_i \geq a_i + p_i \quad (11)$$

$$Y_{ij} = 0 \text{ atau } 1 \quad (12)$$

Asumsi

- Semua *job* siap diproses dalam waktu sama dengan nol.
- Setiap *job* harus diselesaikan apabila *job* tersebut telah dimulai.
- Job* tidak dapat menunggu mesin yang *idle*.
- Mesin tidak mengalami *breakdown* dan selalu tersedia selama periode penjadwalan.
- Hasil produk bagian *injection molding* selalu tersedia untuk proses *printing*.

Pada formulasi matematis di atas, fungsi tujuan persamaan (6) tersebut mempunyai tujuan untuk meminimalkan *total tardiness*. Batasan Persamaan (7) digunakan untuk memastikan agar *starting time job* ke-*i* dimulai setelah proses *setup job* ke-*i* selesai dilakukan. Selanjutnya Persamaan (8) digunakan untuk mendapatkan hasil *completion time job* ke-*i*. Persamaan (9) digunakan untuk memastikan *job i* dikerjakan terlebih dahulu sebelum *job j*. Sedangkan Persamaan (10) digunakan untuk memastikan *job j* dikerjakan terlebih dahulu sebelum *job i*. Cara kerja batasan Persamaan (9) dan Persamaan (10) ditentukan dari hasil batasan Persamaan (12). Selanjutnya batasan Persamaan (11) digunakan untuk menentukan nilai *tardiness job i*.

Kemudian batasan Persamaan (12) digunakan untuk menentukan *job* *i* atau *job* *j* yang dikerjakan terlebih dahulu.

2.2 Formulasi Matematis untuk Meminimalkan *Total Tardiness* Pada Produk *Container 2,5 Liter, 1 kg, 4 kg, dan 5 kg*

Formulasi matematis yang diusulkan dalam penelitian ini terdiri atas fungsi tujuan dan batasan sebagai berikut:

Fungsi Tujuan

$$\text{Min } Z = \sum_i^n T_i \quad (13)$$

Batasan

$$\sum_j^M Y_{ij} = 1 \quad \forall i \text{ bisa di semua mesin} \quad (14)$$

$$Y_{i1} = 1 \quad \forall i \text{ yang hanya bisa di mesin ke } - 1 \text{ (mesin P - 03)}$$

$$Y_{i2} = 1 \quad \forall i \text{ yang hanya bisa di mesin ke } - 2 \text{ (mesin P - 05)}$$

$$Y_{i3} = 1 \quad \forall i \text{ yang hanya bisa di mesin ke } - 3 \text{ (mesin P - 15)} \quad (15)$$

$$a_i \geq s_i \quad \forall i \quad (16)$$

$$d_i + T_i \geq a_i + p_i \quad \forall i \quad (17)$$

$$c_i = a_i + p_i \quad \forall i \quad (18)$$

$$(1 - Y_{ij})G + (1 - Y_{kj})G + (1 - Z_{ikj})G + a_k \geq a_i + p_i + s_k \quad \forall i < k \& j \quad (19)$$

$$(1 - Y_{ij})G + (1 - Y_{kj})G + Z_{ikj}G + a_i \geq a_k + p_k + s_i \quad \forall i < k \& j \quad (20)$$

$$Y_{ij} = 0 \text{ atau } 1 \quad (21)$$

$$Z_{ikj} = 0 \text{ atau } 1 \quad (22)$$

Asumsi

- Semua *job* siap diproses dalam waktu sama dengan nol.
- Setiap *job* harus diselesaikan apabila *job* tersebut telah dimulai.
- Job* tidak dapat menunggu mesin yang *idle*.
- Mesin tidak mengalami *breakdown* dan selalu tersedia selama periode penjadwalan.
- Hasil produk bagian *injection molding* selalu tersedia untuk proses *printing*.

Pada formulasi matematis di atas, fungsi tujuan persamaan (13) tersebut mempunyai tujuan untuk meminimalkan *total tardiness*. Batasan persamaan (14) digunakan agar satu *job* hanya ditempatkan pada satu mesin. Batasan persamaan (15) digunakan apabila terdapat *job* yang harus ditempatkan pada mesin tertentu. Batasan persamaan (16) digunakan untuk memastikan agar *starting time job* ke-*i* dimulai setelah proses *setup job* ke-*i* selesai dilakukan. Selanjutnya batasan persamaan (17) digunakan untuk menentukan nilai *tardiness job* ke-*i*. Batasan persamaan (18) digunakan untuk mendapatkan hasil *completion time job* ke-*i*. Batasan persamaan (19) digunakan untuk memastikan *job* *i* dikerjakan terlebih dahulu sebelum *job* *k*. Sedangkan batasan persamaan (20) digunakan untuk memastikan *job* *k* dikerjakan terlebih dahulu sebelum *job* *i*. Cara kerja batasan persamaan (19) dan persamaan (20) ditentukan dari batasan persamaan (21) dan persamaan (22). Selanjutnya batasan persamaan (21) digunakan untuk menentukan alokasi *job* *i* di mesin *j*. Sedangkan batasan persamaan (22) digunakan untuk menentukan urutan *job* *i* atau *job* *k* yang dikerjakan terlebih dahulu pada mesin *j*.

3. Hasil dan Pembahasan

Jenis *container* plastik yang dihasilkan oleh PT Mitra Mulia Makmur adalah *container* 1 liter, *container* 2,5 liter, *container* 1 kg, *container* 4 kg, dan *container* 5 kg.

Proses produksi untuk menghasilkan produk *container* plastik berlangsung selama 24 jam dalam seminggu. Sistem produksi pada PT Mitra Mulia Makmur merupakan sistem produksi *flow shop*. Proses produksi yang berlangsung terdiri atas proses *mixing*, *injection molding*, dan *printing*. *Printing* merupakan proses pencetakan atau *printing* logo merek dengan mesin *printing* UV sesuai permintaan konsumen. Proses *printing* berlangsung dengan prinsip *make to order* atau proses yang berlangsung ketika terdapat permintaan dari konsumen. Penjadwalan proses produksi *printing* menggunakan prinsip *First Come First Serve* (FCFS). Penjadwalan tersebut dibuat sekali dalam seminggu sehingga seluruh permintaan yang masuk pada hari pertama sampai hari ketujuh akan dijadwalkan pada hari ketujuh. Apabila terdapat permintaan yang masuk pada hari kedelapan dan selebihnya akan dijadwalkan pada penjadwalan di minggu berikutnya. Selain itu, apabila terdapat permintaan dengan waktu pengerjaan yang lebih dari satu minggu atau 10.080 menit, maka permintaan tersebut juga akan dilanjutkan di penjadwalan berikutnya.

Jumlah mesin *printing* yang digunakan oleh bagian produksi *printing* adalah sebanyak 4 mesin *printing* UV (Tabel 2). Empat mesin *printing* tersebut terbagi menjadi beberapa bagian untuk memproses produk *container* plastik sesuai dengan jenis atau ukurannya. Berikut merupakan pembagian mesin *printing* UV pada PT Mitra Mulia Makmur:

Tabel 2 Pembagian Mesin *Printing*

No.	Nama Mesin	Jenis Produk
1	Mesin P-09	<i>Container</i> 1 liter
2	Mesin P-03	<i>Container</i> 2,5 liter <i>Container</i> 1 kg <i>Container</i> 4 kg <i>Container</i> 5 kg
3	Mesin P-05	<i>Container</i> 4 kg <i>Container</i> 5 kg
4	Mesin P-15	<i>Container</i> 4 kg <i>Container</i> 5 kg

Data penjadwalan FCFS ini merupakan data permintaan yang diolah oleh peneliti menjadi data penjadwalan FCFS. Pengolahan data dilakukan agar penjadwalan FCFS dapat dibandingkan dengan penjadwalan metode *Integer Linear Programming* (ILP). Perbandingan dapat dilakukan apabila objek yang dibandingkan adalah hal yang sama. Oleh karena itu, penjadwalan FCFS yang dibuat juga akan memerhatikan batasan dan asumsi yang dibuat pada penjadwalan ILP. Tabel 3 merupakan ringkasan penjadwalan FCFS untuk produk *container* 1 liter yang mengalami keterlambatan pada tahun 2016:

Tabel 3 Ringkasan Penjadwalan FCFS untuk Produk *Container* 1 Liter yang Mengalami Keterlambatan Pada Tahun 2016

Tanggal Jadwal	Job	C_i (menit)	d_i (menit)	T_i (menit)
28/01/2016	1	6.360	5.760	600
31/03/2016	1	10.080	1.440	8.640
07/04/2016	1	700	-8.640	9.340
15/12/2016	1	8.700	8.640	60

Pada penjadwalan FCFS produk *container* 1 liter tersebut dapat diketahui bahwa terdapat empat *job* yang terlambat. Hal tersebut dapat dilihat dari nilai *tardiness* yang dihasilkan oleh keempat *job* tersebut bernilai positif atau tidak bernilai nol. *Job* pertama yang terlambat adalah *job* 1 pada tanggal jadwal 28 Januari 2016. *Job* tersebut mempunyai nilai *tardiness* sebesar 600 menit. Kemudian terdapat *job* 1 pada tanggal jadwal 31 Maret 2016 dengan nilai *tardiness* sebesar 8.640 menit dan *job* 1 pada tanggal jadwal 7 April 2016 dengan nilai *tardiness* sebesar 9.340 menit. Sedangkan *job* terakhir yang mengalami keterlambatan adalah, *job* 1 pada tanggal jadwal 15 Desember 2016 dengan nilai *tardiness* sebesar 60 menit. Berdasarkan nilai *tardiness* yang ada pada setiap *job* tersebut, maka nilai *total tardiness* untuk produk *container* 1 liter adalah 18.640 menit. Tabel 4 merupakan ringkasan penjadwalan FCFS untuk produk *container* 2,5 liter, 1 kg, 4 kg, dan 5 kg yang mengalami keterlambatan pada tahun 2016:

Tabel 4 Ringkasan Penjadwalan FCFS untuk Produk *Container* 2,5 Liter, 1 kg, 4 kg, 5 kg yang Mengalami Keterlambatan Pada Tahun 2016

Tanggal Jadwal	Mesin	Job	C_i (menit)	d_i (menit)	T_i (menit)
31/03/2016	P-05	1	6.580,00	1.440	5.140
07/04/2016	P-03	11	4.604,60	-1.440	6.044,6
		19	7.310,00	7.200	110
		9	7.812,70	7.200	612,7
28/04/2016	P-03	10	7.986,00	7.200	786
		11	8.159,30	7.200	959,3

Pada penjadwalan FCFS produk *container* 2, 5 liter, 1 kg, 4 kg, dan 5 kg tersebut dapat diketahui bahwa terdapat enam *job* yang terlambat. *Job* pertama yang terlambat adalah *job* 1 pada tanggal jadwal 31 Maret 2016 dengan nilai *tardiness* sebesar 5.140 menit. *Job* yang terlambat berikutnya adalah *job* 11 pada tanggal jadwal 7 April 2016 dengan nilai *tardiness* sebesar 6.044,6 menit. Selanjutnya terdapat *job* 19 pada tanggal jadwal 7 April 2016 dengan nilai *tardiness* sebesar 110 menit. Berikutnya terdapat *job* 9, *job* 10, dan *job* 11 pada tanggal jadwal 28 April 2016 dengan nilai *tardiness* masing-masing sebesar 612,6 menit, 785,6 menit, dan 959,3 menit. Berdasarkan nilai *tardiness* yang ada pada setiap *job* tersebut, maka nilai *total tardiness* untuk produk *container* 2,5 liter, 1 kg, 4 kg, dan 5 kg adalah 13.652,6 menit. Penjadwalan FCFS pada produk *container* 1 liter maupun jenis *container* lainnya ternyata belum efektif dan efisien karena terdapat adanya keterlambatan pada beberapa permintaan konsumen. Oleh karena itu, pada penelitian ini diusulkan penjadwalan dengan metode *Integer Linear Programming* (ILP) untuk meminimalkan *tardiness* pada *job* yang ada. Langkah-langkah dalam pembuatan penjadwalan metode ILP adalah pembuatan formulasi matematis, memasukkan formulasi matematis dan data ke dalam *software* LINGO 16.0, dan membuat tabel penjadwalan baru dengan metode ILP.

Formulasi matematis dengan metode ILP dibuat dengan menggunakan bentuk standar *Linear Programming* (LP). Formulasi matematis yang dibuat terdiri atas fungsi tujuan dan batasan. Fungsi tujuan menggunakan bentuk standar LP yang ditunjukkan pada rumus 1 dan menggunakan rumus 5 untuk meminimalkan *total tardiness*. Sedangkan batasan dibuat dengan menggunakan bentuk standar LP yang ditunjukkan pada rumus 2. Selanjutnya juga diperlukan batasan *Binary Integer Programming* (BIP) untuk membuat variabel keputusan berupa 0 atau 1, batasan ini menggunakan rumus 3.

3.1 Hasil Penjadwalan Metode ILP Pada Produk *Container* 1 Liter

Formulasi matematis yang telah dibuat tersebut selanjutnya diterjemahkan ke dalam *software* LINGO 16.0, maka LINGO 16.0 akan menampilkan hasil yang dibutuhkan dalam penyusunan tabel penjadwalan baru dengan metode ILP. **Tabel 5** merupakan ringkasan penjadwalan metode ILP untuk produk *container* 1 liter yang mengalami keterlambatan:

Tabel 5 Ringkasan Penjadwalan Metode ILP untuk Produk *Container* 1 Liter yang Mengalami Keterlambatan Pada Tahun 2016

Tanggal Jadwal	Job	C _i (menit)	d _i (menit)	T _i (menit)
31/03/2016	1	10.080	1.440	8.640
07/04/2016	1	700	-8.640	9.340
15/12/2016	1	8.700	8.640	60

Pada penjadwalan dengan metode ILP tersebut dapat diketahui bahwa terdapat tiga *job* yang terlambat. Ketiga *job* tersebut adalah *job* 1 pada tanggal jadwal 31 Maret 2016 dengan nilai *tardiness* sebesar 8640 menit, *job* 1 pada tanggal jadwal 7 April 2016 dengan nilai *tardiness* sebesar 9340 menit, dan *job* 1 pada tanggal jadwal 15 Desember 2016 dengan nilai *tardiness* sebesar 60 menit. Oleh karena itu, nilai *total tardiness* pada produk *container* 1 liter selama tahun 2016 adalah 18.040 menit.

3.2 Hasil Penjadwalan Metode ILP Pada Produk *Container* 2,5 Liter, 1 kg, 4 kg, dan 5 kg

Formulasi matematis yang telah dibuat sebelumnya akan diterjemahkan ke dalam *software* LINGO 16.0 dan LINGO 16.0 akan menampilkan hasil yang dibutuhkan dalam penyusunan tabel penjadwalan baru dengan metode ILP. **Tabel 6** merupakan ringkasan penjadwalan metode ILP untuk produk *container* 2,5 liter, 1 kg, 4 kg, dan 5 kg yang mengalami keterlambatan:

Tabel 6 Ringkasan Penjadwalan Metode ILP untuk Produk *Container* 2,5 Liter, 1 kg, 4 kg, 5 kg yang Mengalami Keterlambatan Pada Tahun 2016

Tanggal Jadwal	Mesin	Job	C _i (menit)	d _i (menit)	T _i (menit)
31/03/2016	P-03	2	1.573,33	1.440	133,333
	P-15	1	3.270,00	1.440	1.830

Pada penjadwalan dengan metode ILP tersebut dapat diketahui bahwa terdapat dua *job* yang terlambat. Kedua *job* yang terlambat tersebut sama-sama dikerjakan pada tanggal jadwal 31 Maret 2016. *Job* pertama yang terlambat adalah *job* 2 pada mesin P-03 dengan nilai *tardiness* sebesar 133,333 menit. Kemudian *job* kedua yang terlambat adalah *job* 1 pada mesin P-15 dengan nilai *tardiness* sebesar 1.830 menit. Berdasarkan nilai *tardiness* yang ada, maka nilai *total tardiness* untuk produk *container* 2,5 liter, 1 kg, 4 kg, dan 5 kg adalah 1.963,333 menit.

3.3 Perbandingan Penjadwalan FCFS dengan Penjadwalan Metode ILP

Berdasarkan hasil penjadwalan FCFS pada produk *container* 1 liter selama tahun 2016, terdapat 4 *job* yang mengalami keterlambatan. Sedangkan pada hasil penjadwalan metode ILP menggunakan LINGO 16.0, terdapat 3 *job* yang mengalami keterlambatan. Nilai *total tardiness* yang dihasilkan pada penjadwalan FCFS sebesar

18.640 menit, sedangkan nilai *total tardiness* pada penjadwalan metode ILP sebesar 18.040 menit. Berdasarkan nilai *total tardiness* tersebut, maka penjadwalan metode ILP menghasilkan nilai *total tardiness* yang lebih kecil daripada penjadwalan FCFS. **Tabel 7** merupakan perbandingan antara kedua penjadwalan tersebut:

Tabel 7 Perbandingan Penjadwalan FCFS dengan Penjadwalan Metode ILP Pada Produk *Container* 1 Liter Selama Tahun 2016

Penjadwalan FCFS		Penjadwalan Metode ILP	
Periode Penjadwalan	Total Tardiness	Periode Penjadwalan	Total Tardiness
28 Januari 2016	600 menit	31 Maret 2016	8.640 menit
31 Maret 2016	8.640 menit	7 April 2016	9.340 menit
7 April 2016	9.340 menit	15 Desember 2016	60 menit
15 Desember 2016	60 menit		

Selanjutnya pada hasil penjadwalan FCFS untuk produk 2,5 liter, 1 kg, 4 kg, dan 5 kg selama tahun 2016 terdapat 6 *job* yang mengalami keterlambatan. Keenam *job* tersebut terbagi ke dalam beberapa periode penjadwalan yaitu tanggal 31 Maret 2016, 7 April 2016, dan 28 April 2016. *Total tardiness* pada tanggal 31 Maret 2016 sebesar 5.140 menit. Kemudian *total tardiness* pada tanggal 7 April 2016 sebesar 6.154,6 menit. Selanjutnya *total tardiness* pada tanggal 28 April 2016 sebesar 2.357,8 menit. Sedangkan pada hasil penjadwalan metode ILP menggunakan LINGO 16.0, terdapat 2 *job* yang mengalami keterlambatan. Kedua *job* yang terlambat tersebut sama-sama dikerjakan pada tanggal jadwal 31 Maret 2016. *Job* pertama yang terlambat adalah *job* 2 pada mesin P-03 dengan nilai *tardiness* sebesar 133,333 menit. Kemudian *job* kedua yang terlambat adalah *job* 1 pada mesin P-15 dengan nilai *tardiness* sebesar 1.830 menit. Nilai *total tardiness* yang dihasilkan pada penjadwalan FCFS sebesar 13.652,6 menit, sedangkan nilai *total tardiness* pada penjadwalan metode ILP sebesar 1.963,333 menit. Berdasarkan nilai *total tardiness* tersebut, maka penjadwalan metode ILP menghasilkan nilai *total tardiness* yang lebih kecil daripada penjadwalan FCFS. **Tabel 8** merupakan perbandingan antara kedua penjadwalan tersebut:

Tabel 8 Perbandingan Penjadwalan FCFS dengan Penjadwalan Metode ILP Pada Produk *Container* 2,5 Liter, 1 kg, 4 kg, dan 5 kg Selama Tahun 2016

Penjadwalan FCFS		Penjadwalan Metode ILP	
Periode Penjadwalan	Total Tardiness	Periode Penjadwalan	Total Tardiness
31 Maret 2016	5.140 menit	31 Maret 2016	1.963,333 menit
7 April 2016	6.154,6 menit		
28 April 2016	2.358 menit		

Total *job* yang terlambat selama tahun 2016 dengan penjadwalan FCFS adalah 10 *job* dengan *total tardiness* sebesar 32.292,6 menit. Sedangkan total *job* yang terlambat pada penjadwalan metode ILP selama tahun 2016 adalah sebanyak 5 *job* yang dengan *total tardiness* sebesar 20.003,33 menit. Berdasarkan perbandingan antara penjadwalan FCFS dengan penjadwalan metode ILP, dapat dikatakan bahwa penjadwalan metode ILP dapat meminimalkan *total tardiness*. Perusahaan dapat menggunakan penjadwalan metode ILP untuk meminimalkan terjadinya *total tardiness* agar permintaan konsumen

dapat dipenuhi secara tepat waktu. Namun terdapat hal yang harus dipertimbangkan perusahaan terhadap penjadwalan metode ILP ini adalah formulasi matematis penjadwalan metode ILP ini dibuat dalam kondisi ideal. Kondisi ideal yang dimaksud adalah sistem produksi berjalan dengan baik, seperti tidak ada mesin yang *breakdown* dan produk dari bagian *injection molding* selalu tersedia untuk bagian produksi *printing*. Namun hal ini bukan berarti bahwa penjadwalan metode ILP tidak dapat dibandingkan dengan kondisi aktual pada rantai produksi. Perusahaan dapat menggunakan penjadwalan metode ILP dengan mengupayakan agar kondisi ideal pada formulasi matematis bisa tercapai. Perusahaan dapat meningkatkan performa bagian produksi *printing* dan mencegah adanya hambatan dari faktor internal maupun eksternal perusahaan yang dapat menghambat terjadinya kondisi ideal. Faktor internal dan eksternal tersebut dapat meliputi manusia, mesin, dan bahan baku dalam proses produksi *printing*.

4. Simpulan

Penjadwalan metode ILP mampu meminimalkan *total tardiness* dan menghasilkan *total tardiness* lebih kecil daripada penjadwalan FCFS. Total *job* yang terlambat selama tahun 2016 dengan penjadwalan FCFS adalah 10 *job* dengan *total tardiness* sebesar 32.292,6 menit. Sedangkan total *job* yang terlambat pada penjadwalan metode ILP selama tahun 2016 adalah sebanyak 5 *job* yang dengan *total tardiness* sebesar 20.003,33 menit.

Saran yang dapat diberikan untuk penelitian selanjutnya adalah penggunaan metode penjadwalan heuristik agar pembuatan batasan pada penelitian selanjutnya dapat lebih akurat lagi dalam menggambarkan kondisi perusahaan. Selain itu diharapkan pada penelitian selanjutnya dapat menggunakan *software* yang dapat menggambarkan kondisi perusahaan yang kompleks seperti MATLAB.

Daftar Notasi

a. Rumus 1 dan Rumus 2

Z : nilai dari seluruh penilaian performansi

x_j : variabel keputusan ke- j (untuk $j = 1, 2, \dots, n$)

c_j : parameter fungsi tujuan ke- j (untuk $j = 1, 2, \dots, n$)

b_i : kapasitas kendala ke- i (untuk $i = 1, 2, \dots, m$)

a_{ij} : parameter fungsi kendala ke- i untuk variabel keputusan ke- j

b. Rumus 3

x_j : keputusan iya atau tidak yang ke- j

c. Rumus 4 dan Rumus 5

$L_{i,S}$: *lateness* untuk pekerjaan ke- i dalam jadwal S

$T_{i,S}$: *tardiness* untuk pekerjaan ke- i dalam jadwal S

d_i : batas waktu (*due date*) untuk pekerjaan ke- i

d. Penjadwalan Metode ILP

Indeks (Produk Container 1 Liter):

i : nomor *job* ($i = 1, 2, 3, \dots, n$)

Indeks (Produk Container 2,5 Liter, 1 kg, 4 kg, dan 5 kg):

i : nomor *job* ($i = 1, 2, 3, \dots, n$)

j : nomor mesin ($j = 1, 2, 3$)

Variabel Keputusan (Produk Container 1 Liter):

Y_{ij} = Jika *job* i dikerjakan terlebih dahulu daripada *job* j maka $Y_{ij} = 1$, jika tidak maka

$Y_{ij} = 0$

Variabel Keputusan (Produk *Container* 2,5 Liter, 1 kg, 4 kg, dan 5 kg):

Y_{ij} : jika *job* i dikerjakan pada mesin j maka $Y_{ij} = 1$, jika tidak maka $Y_{ij} = 0$.

Z_{ikj} : jika *job* i dikerjakan lebih dahulu daripada *job* k pada mesin j maka $Z_{ikj} = 1$,
jika tidak maka $Z_{ikj} = 0$.

Auxiliary Variable:

a_i = starting time *job* ke- i

c_i = completion time *job* ke- i

T_i = tardiness *job* ke- i

Parameter:

s_i : waktu *setup* *job* ke- i

p_i : waktu proses *job* ke- i

d_i : due date *job* ke- i

G : big M = 10.000.000

Referensi

- [1] M. L. Pinedo, Scheduling: theory, algorithms, and systems: Springer Science & Business Media, 2012.
- [2] H. Kusuma, Manajemen Produksi: perencanaan dan pengendalian produksi. Yogyakarta: Andi, 2001.
- [3] A. H. Nasution and Y. Prasetyawan, Perencanaan dan pengendalian produksi. Surabaya: Guna Widya, 2003.
- [4] H. A. Taha, Operations Research: An Introduction (For VTU): Pearson Education India, 2004.
- [5] C. F. M. Tantrika, "Penjadwalan Flowshop Dengan Mixed Integer Programming Untuk Meminimasi Total Flowtime Dan Total Tardiness," Journal of Engineering and Management in Industrial System, vol. 3, 2015.
- [6] J. Heizer, Operations Management, 11/e: Pearson Education India, 2016.
- [7] F. S. Hillier, Introduction to operations research: Tata McGraw-Hill Education, 2012.
- [8] D. D. Bedworth and J. E. Bailey, Integrated production control systems: Management, analysis, design: John Wiley & Sons, Inc., 1999.